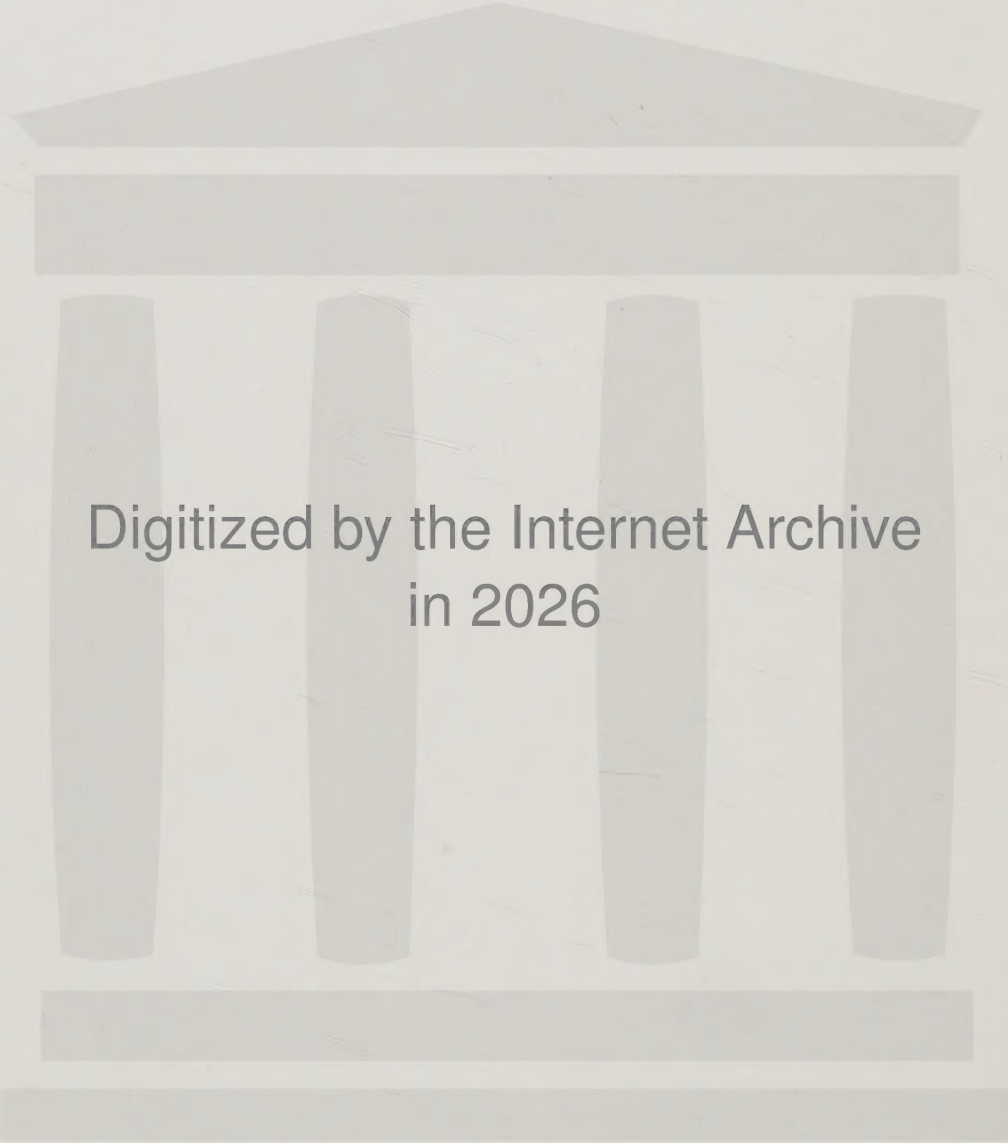


J. Wittig

1968



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545303_0045

Eine universelle Monte-Carlo-Methode zur
Lösung von Elektronen-Transport-Problemen

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Johann-Wolfgang-Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

vorgelegt von

Siegmar Wittig

aus Groß-Strehlitz/OS

Frankfurt am Main

1968

Gedruckt mit Genehmigung der

Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität
Frankfurt am Main

Dekan: Prof. Dr. H. Berkhemer

Erster Berichterstatter: Prof. Dr. E. Schopper

Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. H. Dänzer

Tag der mündlichen Prüfung: 2. Dezember 1968



Zusammenfassung	1
1. Einleitung	2
2. Theorie des Durchgangs von Elektronen durch Materie	4
2.1. Energieverlust durch Anregung und Ionisation	4
2.2. Energiestraggling	5
2.3. Vielfachstreuung	9
2.4. Energieverlust durch Bremsstrahlung	12
3. Das Rechenprogramm MCELHE	13
3.1. Die Monte-Carlo-Methode	13
3.2. Programmbeschreibung	15
3.3. Auswahlmethoden	15
4. Anwendung der Monte-Carlo-Methode auf Probleme des Elektronentransports	18
4.1. Untersuchung von Fällen mit einfachen Randbedingungen	19
4.1.1. Reichweitenverteilungen und Reichweiten	19
4.1.1.1. Reichweitenverteilungen	20
4.1.1.2. Reichweiten	21
4.1.2. Bahnlängenverteilungen und Bahnlängen	23
4.1.2.1. Bahnlängenverteilungen	23
4.1.2.2. Bahnlängen	25
4.1.3. Vergleich von Bahnlängen und Reichweiten	27
4.1.4. Tiefendosisverteilungen	28
4.1.4.1. Tiefendosisverteilungen für monoenergetische Elektronen	28
4.1.4.2. Tiefendosisverteilungen für β -Spektren in Gewebe	30
4.1.5. Rückstreuoeffizienten	31
4.1.6. Umwegfaktoren	33
5. Anwendung des Monte-Carlo-Verfahrens auf spezielle Probleme	33
5.1. Rückstreuung und Bremsstrahlung von Elektronen in Silizium-Detektoren	34
5.2. Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit einer Spektrometeranordnung	36
5.3. Durchgang von Elektronen durch dünne Schichten	36
Literatur	38
Abbildungen	

1	Zusammenfassung	1
2	1. Einleitung	2
4	2. Theorie der Durchdringung von Elektronen durch Materie	4
4	2.1. Energieverlust durch Anregung und Ionisation	4
5	2.2. Bremsstrahlung	5
5	2.3. Vielfachstreuung	5
14	2.4. Energieverlust durch Bremsstrahlung	14
14	3. Das Röntgenphotoelektrische Effekt	14
14	3.1. Die Monte-Carlo-Methode	14
15	3.2. Programmbeschreibung	15
15	3.3. Auswahlmethoden	15
	4. Anwendung der Monte-Carlo-Methode auf Probleme	
17	4.1. Untersuchung von Fällen mit einfachen Randbedingungen	17
19	4.1.1. Reichweitenverteilungen und	19
19	4.1.1.1. Reichweitenverteilungen	19
20	4.1.1.2. Reichweitenverteilungen	20
21	4.1.1.3. Reichweitenverteilungen	21
21	4.1.2. Bahnlängenverteilungen und Bahnlängen	21
22	4.1.2.1. Bahnlängenverteilungen	22
25	4.1.2.2. Bahnlängenverteilungen	25
27	4.1.3. Vergleich von Bahnlängen und	27
27	4.1.3.1. Reichweitenverteilungen	27
28	4.1.4. Tiefenverteilungen	28
28	4.1.4.1. Tiefenverteilungen für	28
28	4.1.4.2. Tiefenverteilungen für	28
30	4.1.4.3. Tiefenverteilungen für	30
31	4.1.5. Rückstreuungskoeffizienten	31
31	4.1.6. Umwandlungskoeffizienten	31
32	5. Anwendung der Monte-Carlo-Methode auf	32
32	5.1. spezielle Probleme	32
34	5.1.1. Rückstreuung und Inneustrahlung von	34
34	5.1.2. Elektronen in Silizium-Elektroden	34
36	5.2. Berechnung der mittlere Reichweite	36
36	5.3. Berechnung der mittleren Reichweite	36
38	5.4. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.5. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.6. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.7. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.8. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.9. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.10. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.11. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.12. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.13. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.14. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.15. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.16. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.17. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.18. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.19. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.20. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.21. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.22. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.23. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.24. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.25. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.26. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.27. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.28. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.29. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.30. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.31. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.32. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.33. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.34. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.35. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.36. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.37. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.38. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.39. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.40. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.41. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.42. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.43. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.44. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.45. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.46. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.47. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.48. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.49. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.50. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.51. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.52. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.53. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.54. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.55. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.56. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.57. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.58. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.59. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.60. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.61. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.62. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.63. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.64. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.65. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.66. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.67. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.68. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.69. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.70. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.71. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.72. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.73. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.74. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.75. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.76. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.77. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.78. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.79. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.80. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.81. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.82. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.83. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.84. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.85. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.86. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.87. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.88. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.89. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.90. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.91. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.92. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.93. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.94. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.95. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.96. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.97. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.98. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.99. Berechnung von Elektronen durch dünne	38
38	5.100. Berechnung von Elektronen durch dünne	38

Zusammenfassung

Der Durchgang von schnellen Elektronen durch Materie wurde mit einer Monte-Carlo-Methode untersucht. Dazu wurde ein universell anwendbares Rechenprogramm geschrieben, bei dem Vielfachstreuung und Energieverlust der Elektronen infolge Anregung und Ionisation sowie Bremsstrahlung berücksichtigt werden. Zur Behandlung des Energiestraggling bei Anregung und Ionisation wurde eine Theorie von Blunck und Leisegang (9) modifiziert. Energiestraggling bei Bremsstrahlungsverlusten wird ebenfalls berücksichtigt.

Die Methode ist auf die Berechnung des Durchgangs von Elektronen einer Anfangsenergie zwischen 0.25 MeV und 6 MeV durch beliebige Absorber anwendbar. Reichweiten und Bahnlängen sowie deren statistische Verteilungen wurden für die Absorber Polystyrol, Graphit, Aluminium, Silizium, Kupfer, Germanium, Silber, Gold und Blei berechnet und miteinander verglichen. Für die genannten Absorber wurden Tiefendosisverteilungen für monoenergetische Elektronen ermittelt. Darüber hinaus wurden Tiefendosisverteilungen der β -Strahlung der Radionuklide Phosphor 32 und Gold 198 in Gewebe bestimmt. Außerdem erfolgte die Berechnung von Rückstreukoeffizienten für monoenergetische Elektronen bei senkrechtem Einfall auf die Absorberfläche.

Es wird die Anwendung des Verfahrens auf spezielle Probleme mit Randbedingungen beschrieben. Die Linienformen monoenergetischer Elektronen bei senkrechtem und schrägem Einfall in Silizium-Halbleiterzählern wurden unter Berücksichtigung von Rückstreuung und Bremsstrahlung bestimmt. Es ergibt sich gute Übereinstimmung mit Messungen von Waldschmidt (64).

1. Einleitung

Die Kenntnis des Verhaltens schneller Elektronen (Energie um 1 MeV) beim Durchgang durch Materie ist von erheblichem theoretischen und praktischen Interesse. So ist die Untersuchung der Wechselwirkungen von Elektronen mit Materie bedeutsam für die Theorie der Elektronenstreuung. Die praktische Bedeutung liegt darin, daß die Methoden zum Nachweis und zur Untersuchung von Elektronen auf deren Energieverlust in Materie beruhen. Auch der Nachweis von γ -Strahlung erfolgt über den Energieverlust sekundärer Elektronen. Darüber hinaus ist die Behandlung des Durchgangs von Elektronen durch Materie für Bereiche der Biologie, Radiologie und des Strahlenschutzes bedeutsam. Hier spielt die abgegebene Energie bei der Untersuchung von Strahlungseffekten, bei der Abschätzung von Strahlungsdosen bei der Therapie und der Strahlenbelastung beim Umgang mit Radionukliden eine Rolle. Nicht zuletzt als Folge der Entwicklung der Raumwissenschaften ist das Interesse an Problemen des Elektronentransports in den letzten Jahren gestiegen. Besonders bei der bemannten Raumfahrt ist die Strahlenbelastung durch Elektronen der inneren, äußeren und künstlichen van Allen-Zonen von Bedeutung (90 % der Dosis rühren von Elektronen her). Sorgfältige Abschirmung von Personen und strahlungsempfindlichen Bauteilen (z.B. Silizium-Solar-Zellen) ist unerlässlich. Auch bei anwendungstechnischen Fragen, etwa der Gehaltsbestimmung von Mehrkomponentensystemen (z.B. Legierungen) mit der β -Rückstreuungsmethode, oder der Bestimmung von Dicken und Dichten spielen Probleme des Elektronentransports eine Rolle.

Eine systematische Untersuchung des Elektronentransports für Energien über etwa 2 MeV fehlt bisher. Bei der theoretischen Behandlung des Problems stößt man auf Schwierigkeiten, da die den Prozeß beschreibende Transportgleichung bisher nur für unendlich ausgedehnte Medien, also ohne Berücksichtigung von Randbedingungen, gelöst wurde. In dieser Arbeit wird daher ein numerisches Verfahren, die Monte-Carlo-Methode, zur approximativen Lösung des Transportproblems, auch unter Berücksichtigung von Randbedingungen, verwendet. Mit dieser

Methode wird das Verhalten von Elektronen einer Energie zwischen 0.05 MeV und 6 MeV untersucht. Innerhalb dieses Bereichs liegt die Energie der Strahlung β -aktiver Nuklide, der Elektronen der van Allen-Zonen, und von Elektronen, die bei Effekten auftreten, die für die kernphysikalische Meßtechnik von Bedeutung sind (z.B. Konversionselektronen, Compton-Elektronen).

Keine der bisher bekannten Monte-Carlo-Methoden liefert eine systematische Behandlung des Elektronentransportproblems über einen großen Energiebereich und für Absorber beliebiger Kernladungszahl (s. Abschnitt 3.1.). Deshalb wurde der Anwendbarkeit der in dieser Arbeit entwickelten Methode auf beliebige Absorber besondere Beachtung geschenkt.

Die Bestimmung der Reichweite (Eindringtiefe) ist eine der wichtigsten Methoden zur Teilchenidentifikation und Energiebestimmung. Es existiert keine Theorie für die Reichweite von Elektronen. Messungen wurden bisher in der Hauptsache nur für den Absorber Aluminium durchgeführt. In dieser Arbeit wird daher die Reichweite monoenergetischer Elektronen in neun verschiedenen Absorbern untersucht und u.a. gezeigt, daß die Energie-Reichweite-Beziehung für Aluminium nicht für Absorber anwendbar ist, die sich in der Kernladungszahl deutlich von Aluminium unterscheiden. Von größerem theoretischen Interesse als die Reichweite ist die Bahnlänge, die Elektronen bis zu ihrer vollständigen Abbremsung in Materie zurücklegen. Diese Größe sowie ihre statistische Fluktuation war bisher kaum Gegenstand experimenteller oder theoretischer Untersuchungen. Es werden daher die Bahnlängen und ihre Fluktuationen in Abhängigkeit von der Energie der Elektronen und der Ordnungszahl des Absorbers berechnet.

Neben Bahnlängen und Reichweiten interessiert für Fragen der Personendosimetrie besonders die Verteilung der von Elektronen einer Punktquelle in einem homogenen Medium abgegebenen Energie in Abhängigkeit von der Eindringtiefe. Diese Verteilungen sind die Basis für die Berechnung der Dosis ausgedehnter Quellen. Sie werden deshalb, neben weiteren, den Elektronentransport kennzeichnenden Größen, im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Unter den hier behandelten Absorbern befinden sich auch Silizium und Germanium, da diese Materialien in letzter Zeit bei der Herstellung von Halbleiterdetektoren große Bedeutung erlangt haben.

2. Theorie des Durchgangs von Elektronen durch Materie

Das folgende Kapitel behandelt die theoretischen Grundlagen des Durchgangs von Elektronen durch Materie und Einzelheiten, die für die Berechnungen dieser Arbeit von Bedeutung sind.

Da ein Elektron eine große Anzahl von Einzelstoß-Prozessen ¹⁾ ausführt, während es ein kurzes Stück seiner gesamten Bahn in Materie durchläuft, ist es möglich, sein Verhalten durch kontinuierliche statistische Vielfachstoß-Modelle zu beschreiben. Eine Zusammenfassung der bekannten Methoden wird in der Arbeit von Zerby und Keller (24) gegeben.

2.1. Energieverlust durch Anregung und Ionisation

Eines der kontinuierlichen Vielfachstoß-Modelle ist das 'Modell der kontinuierlichen Abbremsung' (continuous slowing down model) für den Energieverlust pro Weglängeneinheit $-dE/dx$ (auch als Bremsvermögen bezeichnet) (Bethe, (2)).

1) Im hier untersuchten Energiebereich (0.05 bis 6 MeV) sind folgende Elementarprozesse von Bedeutung:
a) Elastische Streuung des Elektrons an den Kernen der Materie ('Mott-Streuung'),
b) inelastische Streuung an den Hüllenelektronen ('Möller-Streuung'), und
c) inelastische Streuung im Coulomb-Feld der Kerne unter Emission von Bremsstrahlung. Inelastische Streuung im Coulomb-Feld der Hüllenelektronen unter Emission von Bremsstrahlung ist von untergeordneter Bedeutung und wird im relativistischen Bereich i. allg. mittels einer Korrektur der Theorie der Bremsstrahlung im Kernfeld berücksichtigt (1).

In dieser Theorie werden die Stöße der freien Elektronen an Hüllenelektronen behandelt, die zur Ionisation oder Anregung des Atoms führen. Werte für das Bremsvermögen liegen in tabellierter Form vor (3,4). Im Rahmen dieser Arbeit werden die Tabellen von Berger und Seltzer (4) benutzt. Die Rechnungen dieser Autoren basieren auf der Formulierung der Betheschen Theorie von Rohrlich und Carlson (5).

2.2. Energiestraggling

Mit Hilfe der Theorie für das Bremsvermögen kann man die Länge des von einem Elektron im Absorber zurückgelegten Weges B (Bahnlänge) berechnen:

$$(2.1.) \quad B = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx}$$

Dieser Ausdruck liefert eine eindeutige Beziehung zwischen der Bahnlänge und der abgegebenen Energie. Tatsächlich ist die Beziehung aber nicht eindeutig, da Elektronen die Energie nicht kontinuierlich, sondern diskret abgeben und manchmal große Energieverluste erleiden ¹⁾. Als Folge dieser statistischen Fluktuationen tritt nach einem bestimmten Bahnlangenabschnitt eine Dispersion der Elektronenenergie auf. Die Abweichung der Elektronenenergie vom (durch die Bethesche Theorie gegebenen) Erwartungswert ist als Energiestraggling bekannt. Diese Erscheinung wurde zuerst von N. Bohr (6) für Alphateilchen untersucht.

Das Energiestraggling bei Elektronen wurde theoretisch zuerst von Williams (7) behandelt. Eine Rechnung von Landau (8) führte zu ähnlichen Ergebnissen. Unter gleichen Annahmen führt Williams ein anschauliches Näherungsverfahren durch, während Landau durch Integraltransformation aus der Diffusionsgleichung einen geschlossenen mathematischen Ausdruck findet. Eine Korrektur der Form der Verteilung durch Berücksichtigung der Energieverluste an gebundenen Elektronen wurde

1) Beim inelastischen Stoß an Elektronen kann wegen der Identität der Teilchen maximal die Hälfte der Energie vor dem Stoß abgegeben werden, beim inelastischen Stoß im Kernfeld kann die gesamte Energie in ein Bremsstrahlungsquant verwandelt werden.

von Blunck und Leisegang (9) durchgeführt. Bremsstrahlungsverluste werden von Blunck und Westphal (10) berücksichtigt. Weitere Rechnungen findet man bei Schultz (11) sowie bei Hebbard und Wilson (12). Von den experimentellen Arbeiten zum Energiestraggling sind die Untersuchungen von Knop et al. (13) sowie von Chen und Warshaw (14) zu nennen.

In dieser Arbeit wird die Theorie von Blunck und Leisegang benutzt, da sie von allen bekannten Theorien die Meßresultate am besten wiederzugeben scheint. Zur Anwendung auf eine Monte-Carlo-Methode mußte die Theorie jedoch modifiziert werden. Dies wird im folgenden erläutert.

$f(Q)dQ$ sei die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron nach dem Durchlaufen einer Schicht der Dicke Δt eine Energie zwischen Q und $Q + dQ$ abgegeben hat. Landau (8) stellt die Verteilung als Funktion eines dimensionslosen Parameters λ dar:

$$(2.2.) \quad \lambda = \frac{Q - \bar{Q}}{a \cdot \Delta t} + \ln \frac{E_0}{a \cdot \Delta t} - 1.116$$

Q : Energieverlust (in MeV) des Elektrons nach dem Durchlaufen einer Schicht der Dicke Δt (in cm),

$\bar{Q}$: Mittlerer Energieverlust (in MeV) in der Schicht Δt . Dieser Wert folgt aus der Theorie von Bethe (2,4).

E_0 : Energie des Elektrons (in MeV) vor dem Durchlaufen der Schicht Δt .

$a = 2\pi e^4 N Z / m v^2 = 0.154 \cdot Z \rho / A \beta^2$ (in MeV/cm).

ρ : Dichte des absorbierenden Materials (in g/cm³).

e, m : Ladung bzw. Masse des Elektrons.

$\beta = v/c$

A, Z : Atomgewicht bzw. Ordnungszahl des Absorbers.

N : Zahl der Atome pro cm³ im absorbierenden Material.

Die Parameterdarstellung (2.2.) wird von Blunck und Leisegang (9) übernommen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Energieabgaben Q wird näherungsweise als Summe von vier Gauß-Funktionen dargestellt.

$$f(Q)dQ = \phi(\lambda)d\lambda$$

$$(2.3.) \quad \phi(\lambda)d\lambda = \sum_{v=1}^4 \frac{c_v \gamma_v}{\sqrt{\gamma_v^2 + b^2}} \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_v)}{\gamma_v^2 + b^2}\right) d\lambda$$

Die Koeffizienten sind in Tabelle 2.1. enthalten. Für b^2 gilt nach (10):

$$(2.4.) \quad b^2 = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot \bar{Q} \cdot z^{4/3}}{(a \cdot \Delta t)^2}$$

Abbildung 2.1. zeigt als Beispiel die Verteilung der Energieabgaben von Elektronen der Anfangsenergie 1 MeV nach dem Durchdringen von 8.8 μm Blei. Der Mittelwert $\bar{Q}_{BL}$ der Verteilung stimmt nicht mit dem von der Theorie geforderten Wert $\bar{Q}_{Bethe}$ für die Energieabgabe pro cm überein. Dies ist eine Schwäche der Blunck-Leisegangschen Theorie, die sie für die Anwendung auf eine Monte-Carlo-Rechnung unbrauchbar macht.

v	1	2	3	4
c_v	0.174	0.058	0.019	0.007
λ_v	0.0	3.0	6.5	11.0
γ_v	1.8	2.0	3.0	5.0

Tabelle 2.1.: Koeffizienten der Blunck-Leisegang-Theorie (9)

Die Theorie von Blunck und Leisegang wurde daher derart modifiziert, daß der mathematische Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem physikalisch erwarteten Wert übereinstimmt.

Den Erwartungswert des Parameters λ erhält man aus

$$(2.5.) \quad \bar{\lambda} = \frac{\int_{\lambda_0}^{\infty} \lambda \phi(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_0}^{\infty} \phi(\lambda) d\lambda}$$

λ_0 entspricht der Energieabgabe $Q = 0$. In bestimmten Fällen (große Ordnungszahl Z , kleine Schichtdicke Δt) erstreckt sich die Verteilung in den Bereich negativer Energieabgaben Q . Das ist physikalisch nicht sinnvoll. Es wird daher nicht über den gesamten Bereich von λ integriert, sondern erst vom Wert λ_0 an.

$\phi(\lambda)$ setzt sich aus einer Summe von vier Gaußfunktionen zusammen. Nimmt man an, daß das Integral über die Gaußkurven mit dem Index $v = 2, 3, 4$ im Gebiet $\lambda \leq \lambda_0$ vernachlässigbar klein ist, so kann man die Integration der ersten Gaußkurve in den Grenzen von λ_0 bis ∞ , die der folgenden Gaußkurven von $-\infty$ bis $+\infty$ durchführen. Somit erhält man:

$$(2.6.) \quad \bar{\lambda} = \frac{\int_{\lambda_0}^{\infty} \lambda e^{-k\lambda^2} d\lambda + \sqrt{\pi} \sum_{v=2}^4 \lambda_v c_v \gamma_v}{\int_{\lambda_0}^{\infty} e^{-k\lambda^2} d\lambda + \sqrt{\pi} \sum_{v=2}^4 c_v \gamma_v}$$

mit $k = 1/(3.24 + b^2)$ und

$$\lambda_0 = \ln(E_0/a \cdot \Delta t) - \bar{Q}/a \cdot \Delta t - 1.116$$

Integration ergibt

$$(2.7.) \quad \bar{\lambda} = \frac{\frac{1}{2k} e^{-k\lambda_0^2} + \sqrt{\pi} \sum_{v=2}^4 \lambda_v c_v \gamma_v}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \{ \Phi(\sqrt{k} \lambda_0) + 1 \} + \sqrt{\pi} \sum_{v=2}^4 c_v \gamma_v}$$

$\Phi(\sqrt{k} \lambda_0)$ ist das Wahrscheinlichkeitsintegral (z.B. 15).

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

Andererseits gilt für λ allgemein Gleichung (2.2.):

$$(2.2.) \quad \lambda = \frac{Q - \bar{Q}_{\text{Bethe}}}{a \cdot \Delta t} + \ln(E_0/a \cdot \Delta t) - 1.116$$

Für $Q = \bar{Q}_{\text{Bethe}}$ findet man das zu $\bar{Q}_{\text{Bethe}}$ gehörige $\bar{\lambda}_{\text{Bethe}}$.

$$(2.8.) \quad \bar{\lambda}_{\text{Bethe}} = \ln(E_0/a \cdot \Delta t) - 1.116$$

Z.B. ist bei $E_0 = 1 \text{ MeV}$ und $\Delta t = 0.01 \text{ cm Aluminium}$ $\bar{\lambda}_{\text{Bethe}} = 5.0$, dagegen ist $\bar{\lambda} = 2.11$.

Zur Anwendbarkeit der Straggling-Theorie auf eine Monte-Carlo-Rechnung wird verlangt:

$$(2.9.) \quad \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{\text{Bethe}}.$$

Um dies zu erreichen, werden hier die Parameter λ_{ν} (die Schwerpunkte der Gaußkurven) passend bestimmt. Wählt man willkürlich $\lambda_2 = 3,5$ (statt, wie vorher, 3.0) und setzt $\lambda_4 = 2\lambda_3$, so erhält man für λ_3

$$(2.10) \quad \lambda_3 = [\ln(E_0/a \cdot \Delta t) - 1.116] \cdot \{0.267 [1 - \Phi(\sqrt{k}\lambda_0)] + 0.369\} \cdot 4.45 \\ - \frac{0.7}{\sqrt{k}} e^{-k\lambda_0^2} - 0.916 \lambda_2$$

Mit den neuen Parametern λ_{ν} wird die Bedingung $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{\text{Bethe}}$ erfüllt.

Die Modifikation der Stragglingverteilung stellt eine geringfügige Verbreiterung des durch die beiden ersten Gaußkurven gegebenen wichtigsten Anteils dar, außerdem wird der abfallende Teil der Verteilung zugunsten größerer Energieabgaben verschoben (s. Abb. 2.1.). Der Schwerpunkt der modifizierten Verteilung $\bar{\lambda}$ fällt jetzt mit $\bar{\lambda}_{\text{Bethe}}$ zusammen.

2.3. Vielfachstreuung

Es sind mehrere Lösungen des Problems bekannt, das darin besteht, die Verteilung der resultierenden Streuwinkel zu bestimmen, die schnelle Elektronen beim Durchdringen einer materiellen Schicht infolge des Auftretens mehrerer bzw. vieler Einzelstreuprozesse an den Atomen der Schicht erhalten.

Von den älteren Theorien sind die Arbeiten von Wentzel (16) und Bothe (17) zu nennen, von den neueren Arbeiten sind die Untersuchungen von Williams (18), Goudsmit und Saunderson

(19), Snyder und Scott (20), Molière (21) und Lewis (22) bekannt geworden.

Der Vorteil der Theorie von Goudsmit und Saunderson ist ihre Gültigkeit für alle Winkel, während die Theorien von Molière und von Snyder und Scott die Kleinwinkelapproximation benutzen ($\theta \approx 20^\circ$). Der Vorzug der Kleinwinkeltheorien liegt in ihrer mathematischen Transparenz. Das gilt besonders für die rein analytische Theorie von Molière. Aus diesem Grunde wurde sie für die Rechnungen in dieser Arbeit benutzt.

Molière fordert, daß alle resultierenden Streuwinkel so klein seien, daß $\sin\theta$ durch θ ersetzt werden kann. Außerdem sollen die Schichtdicken so groß sein, daß mindestens 30 bis 40 Stöße auftreten. Die resultierende Winkelverteilung kann nach Potenzen eines Parameters $1/B$ entwickelt werden:

$$(2.11.) \quad f(\theta)\theta d\theta = 3d\theta (f^{(0)}(\theta) + B^{-1}f^{(1)}(\theta) + B^{-2}f^{(2)}(\theta) + \dots)$$

mit

$$(2.12.) \quad \theta = \theta / (\chi_c \sqrt{B}).$$

Der Parameter B ist durch die transzendente Gleichung

$$(2.13.) \quad B - \ln B = b$$

definiert. Die Größe b wird aus

$$(2.14.) \quad b = \ln \frac{6680 \cdot \Delta t (Z + 1) Z^{1/3}}{\beta^2 \cdot A (1 + 3.34\alpha^2)}$$

bestimmt. Es bedeuten

Δt : Schichtdicke des Materials, das das Elektron durchdringt (in g/cm^2),

$\beta = v/c$, mit $\beta^2 = 1 - (0.51/(E + 0.51))^2$

E : Energie des einfallenden Elektrons (in MeV),

Z, A : Kernladung bzw. Atomgewicht des streuenden Materials,

$\alpha^2 = (Z/137\beta)^2$ stellt ein Maß für die Abweichung von der Bornschen Näherung dar.

Werte des Z -abhängigen Faktors $(Z + 1) \cdot Z^{1/3} / A(1 + 3.34\alpha^2)$ sind für $v = c$ in Tabelle 2.2. angegeben (23).

Z	6	10	13	20	30	40	50	70	90
$\frac{(Z + 1)Z^{1/3}}{A(1 + 3.34\alpha^2)}$	1.05	1.15	1.18	1.32	1.27	1.20	1.00	0.90	0.75

Tabelle 2.2.

Für die Funktionen $f^{(0)}$ und $f^{(1)}$ in Gleichung (2.11.) gelten einfache analytische Beziehungen:

$$(2.15.) \quad f^{(0)} = 2e^{-\vartheta^2}$$

$$f^{(1)} = 2e^{-\vartheta^2} (\vartheta^2 - 1) \text{Ei}(\vartheta^2) - \ln \vartheta^2 - 2(1 - 2e^{-\vartheta^2})$$

$\text{Ei}(\vartheta^2)$ ist das Exponentialintegral (15, S.23).

$f^{(0)}$, $f^{(1)}$ und $f^{(2)}$ wurden von Molière (21) und genauer von Bethe (23) berechnet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Betheschen Werte benutzt.

Der erste Term der Verteilung (2.11.) stellt eine Gaußverteilung der Streuwinkel θ dar. Die drei ersten Terme approximieren die theoretische Verteilung mit einer Genauigkeit von 1 % oder besser.

Den Winkel χ_c in Gleichung (2.12.) berechnet man aus

$$(2.16.) \quad \chi_c^2 = \frac{4\pi L \Delta t e^4 Z(Z + 1)}{A\beta^4 (E + 0.51)^2}$$

$e = 4.8028 \cdot 10^{-10}$ el. stat. Einheiten,
 L : Loschmidtzahl.

Die physikalische Bedeutung von χ_c ist, daß die Gesamtwahrscheinlichkeit der Einfachstreuung um einen Winkel größer als χ_c genau 1 ist.

In der Abbildung 2.2. sind Beispiele für die Winkelverteilungen von Elektronen der Anfangsenergien 1 MeV und 2 MeV nach dem Durchdringen unterschiedlich dicker Aluminiumfolien angegeben. Die Kurven sind auf gleiche Höhe des Maximums normiert. Zu beachten ist, daß das Produkt $f(\theta)\theta$ gegen den resultierenden Streuwinkel θ aufgetragen ist.

2.4. Energieverlust durch Bremsstrahlung

Es ist ein Ziel der vorliegenden Arbeit, ein universelles Rechenprogramm aufzustellen, das für einen möglichst großen Energiebereich (0.05 bis 6 MeV) und Absorber beliebiger Kernladungszahl anwendbar ist. Aus diesem Grunde wurden auch Bremsstrahlungsverluste berücksichtigt. Bei 0.25 MeV Anfangsenergie der Elektronen beträgt der Anteil der Bremsstrahlungsverluste am gesamten Energieverlust in Aluminium 0.33 %, in Blei 3.3 %, bei 6 MeV in Aluminium 4.8 %, in Blei bereits 25.4 % (4). Außerdem unterliegen Bremsstrahlungsverluste einem starken Straggling, was für die in Abschnitt 4. zu untersuchenden Probleme von Bedeutung ist ¹⁾.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Energieverlust von Elektronen durch Bremsstrahlung wurde von Bethe und Heitler (26) angegeben. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron der Energie E_0 durch Bremsstrahlungsverluste nach dem Durchdringen einer Schicht der Dicke Δt (in g/cm^2) auf eine Energie zwischen E und $E + dE$ (in MeV) abgebremst wird, lautet (ohne Berücksichtigung von Stoßverlusten) in der Formulierung von Mar (25):

$$(2.17.) \quad P(E_0 - E) = \frac{\ln(E_0/E) \cdot (t/\ln 2) - 1}{E_0 \cdot \Gamma(t/\ln 2)}$$

mit $t = \Delta t/X_0$

Γ ist die Gamma-Funktion (15).

X_0 ist die sog. Strahlungslänge. Es gilt

¹⁾ Weiterhin ist bemerkenswert, daß die Bremsstrahlung auch außerhalb der Reichweite der Elektronen Energie an den Absorber abgibt. Diese Erscheinung wird im folgenden aber nicht berücksichtigt.

$$(2.18.) \quad \frac{1}{\bar{X}_0} = \frac{4N}{137A} Z(Z+1)r_0^2 \ln(183 \cdot Z^{-1/3}) \quad \text{g/cm}^2$$

$$N = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1}$$

(Loschmidt-Zahl),

$$r_0 = 2.82 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

(klassischer Elektronenradius).

Die Strahlungslänge X_0 ist eine Stoffkonstante und stellt den Kehrwert der Steigung des Bremsvermögens infolge von Strahlung gegen die Energie des Elektrons bei hohen Energien dar. X_0 beträgt z.B. für Aluminium 24.4 g/cm^2 , für Blei 5.83 g/cm^2 .

3. Das Rechenprogramm MCELHE

Im Abschnitt 2 wurden die theoretischen Grundlagen für die rechnerische Lösung von Elektronentransport-Problemen behandelt. Im folgenden soll die Anwendung dieser Theorien für den speziellen Fall einer Monte-Carlo-Methode beschrieben werden.

3.1. Die Monte-Carlo-Methode

Die Monte-Carlo-Methode ist ein auf Zufallsentscheidungen beruhendes rechnerisches Verfahren, das hauptsächlich zur Lösung von Gamma- und Neutronen-Transport-Problemen herangezogen wird. Diese Methode simuliert ein Experiment, bei dem die 'Lebensgeschichten' einer großen Zahl von Teilchen, die von einer beliebigen Quelle ausgehen, verfolgt werden. Unter 'Lebensgeschichten' hat man hier die Wechselwirkungen des Teilchens mit Materie und den Weg zwischen diesen Wechselwirkungen zu verstehen. Die bei der Durchführung der Rechnung benutzten Variablen können teils analytisch berechnet werden, teils sind sie Zufallszahlen, die als Stichproben aus Wahrscheinlichkeitsverteilungen erhalten werden. Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Monte-Carlo-Methode ist die Kenntnis der Wahrscheinlichkeiten für alle während der Lebensgeschichte des verfolgten Teilchens auftretenden elementaren Ereignisse.

Da die Wirkungsquerschnitte für Einzelstöße von Elektronen mit Materie gut bekannt sind, bietet es sich an, diese Stichproben-Rechnung durchzuführen, indem man einer Anzahl von Elektronen von Stoß zu Stoß im Absorber solange folgt, bis die Energie unter einen vorgegebenen Wert gesunken ist. Eine solche Rechnung wurde für Elektronen einer Energie von 20 keV durchgeführt (27). Ein Elektron führt während der Abbremsung von 20 keV auf 2 keV beispielsweise in Aluminium etwa 4000 Stöße aus. Die große Zahl der Stöße macht eine Anwendung der Monte-Carlo-Methode in dieser Form auf Transportprobleme von Elektronen hoher Energie (um 1 MeV) unmöglich. Die Berechnung einer einzigen Elektronenbahn würde auf einer schnellen Rechenanlage größenordnungsmäßig eine Stunde dauern. Man verzichtet daher auf die Berechnung jeder einzelnen elementaren Wechselwirkung und bestimmt den Energieverlust und die Ablenkung des Elektrons jeweils nach dem Durchlaufen kleiner Wegstücke. Die Wegstücke werden zur Bahn des Elektrons zusammengesetzt.

Zu einer sorgfältigen Behandlung des Elektronentransports ist es notwendig, Energieverlust mit Straggling, Bremsstrahlungsverluste und Vielfachstreuung zu berücksichtigen. Das ist bei den bekannt gewordenen Methoden i. allg. nicht der Fall. Zu nennen sind die Arbeiten von Hebbard und Wilson (12) (keine Strahlungsverluste), Sidei, Higashimura und Kinosita (29) (kein Straggling bei Stoß- und Bremsstrahlungsverlusten), Leiss, Penner und Robinson (30) sowie Schneider und Cormack (31) (kein Straggling, keine Strahlungsverluste), Perkins (32) (keine Strahlungsverluste), Meissner (33) (keine Strahlungsverluste), Fugate und Mar (25) (kein Straggling bei Stoßverlusten) sowie Bishop (34) (kein Straggling). Keine der angeführten Arbeiten (vielleicht mit Ausnahme der Arbeit von Mar (25)) liefert eine systematische Behandlung des Elektronentransportproblems über einen großen Energiebereich und für Absorber beliebiger Kernladungszahl. Es wurde daher im Rahmen dieser Arbeit ein universelles Monte-Carlo-Programm geschrieben, das sowohl Energiestraggling bei Stoß- und Bremsstrahlungsverlusten sowie die Vielfachstreuung berücksichtigt und für Absorber beliebiger Kernladungszahl anwendbar ist.

3.2. Programmbeschreibung

Wie erwähnt (Abschnitt 3.1.), kommt eine Berechnung der Bahn von Wechselwirkung zu Wechselwirkung wegen der dazu benötigten großen Rechenzeiten nicht in Frage. Man zerlegt daher zweckmäßigerweise die Bahn des Elektrons in eine hinreichend große Zahl (etwa 20 bis 50) gleichlanger Abschnitte Δt . Die physikalischen Parameter des Elektrons (Energie, Richtungswinkel und Ortskoordinaten) werden nur am Ende jedes Bahnelements berechnet.

Nach dem Durchlaufen der Strecke Δt ist ein Elektron um einen polaren Streuwinkel Θ und einen azimuthalen Streuwinkel ϕ (siehe Abb. 3.1.) aus der ursprünglichen Richtung abgelenkt. Θ wird aus der Vielfachstreuungstheorie von Molière (21) berechnet (Abschnitt 2.3.). Der mittlere Energieverlust durch Ionisation und Anregung wurde den Tabellen von Berger und Seltzer (4) entnommen. Die Verluste durch Bremsstrahlung werden aus der von Fugate und Mar (25) angegebenen Verteilung ausgewählt (Abschnitt 2.4.).

Die Einzelheiten des Verfahrens können aus dem vereinfachten Flußdiagramm des Hauptprogramms entnommen werden (Abbildung 3.2.).

3.3. Auswahlmethoden

Hinsichtlich der Auswahl der physikalischen Parameter durch Zufallsentscheidung aus den Verteilungen sind noch einige Bemerkungen notwendig.

Zur Auswahl einer Stichprobe bedient man sich häufig der sog. direkten Methode (straight-forward-method), die kurz beschrieben sei.

$f(x)$ sei die Verteilung eines der gesuchten Parameter. Will man eine Stichprobe x ziehen, so führt man dies auf die Wahl einer Zahl η zurück, die so mit x verknüpft ist, daß, wenn x gemäß $f(x)$ verteilt ist, η gleichmäßig im Intervall

$0 \leq \eta \leq 1$ verteilt ist. Die Verteilung $g(\eta)$ für η ist also eine Rechteckverteilung. Die zugehörige Abbildungstransformation lautet

$$g(\eta)d\eta = f(x)dx$$

$g(\eta) \equiv 1$, da η gleichmäßig im Intervall $\langle 0,1 \rangle$ verteilt ist.

Damit hat man

$$d\eta = f(x)dx$$

$$(3.1.) \quad \eta = \int_0^x f(x)dx .$$

Gleichung (3.1.) ist zu lösen:

$$x = \Phi(\eta) .$$

Somit hat man die Auswahl von x aus $f(x)$ auf eine Auswahl von η aus einer Rechteckverteilung zurückgeführt.

Diese Methode wurde bei der Auswahl des resultierenden polaren Streuwinkels θ und des Energieverlustes durch Stoß nach dem Durchlaufen des Bahnstückes Δt benutzt. Setzt man zur Abkürzung von Gleichung (2.11.)

$$(3.2.) \quad G(\vartheta) = (f^{(0)}(\vartheta) + B^{-1}f^{(1)}(\vartheta) + B^{-2}f^{(2)}(\vartheta))$$

mit
$$\vartheta = \theta / (\chi_c \sqrt{B}) ,$$

so hat man bei Anwendung der direkten Methode bei der Auswahl eines Wertes von ϑ und damit von θ die Gleichung

$$(3.3.) \quad \eta = \int_0^{\vartheta} G(\vartheta) d\vartheta$$

zu lösen. η ist eine im Intervall $\langle 0,1 \rangle$ gleichmäßig verteilte Zufallszahl. Zur Lösung der Gleichung wird folgendermaßen verfahren. Die Integrale jeder der Funktionen $f^{(0)}$, $f^{(1)}$ und $f^{(2)}$ werden getrennt berechnet und als Daten in die Rechenmaschine eingegeben. Die Größe B wird mittels einer iterativen Methode aus der transzendenten Gleichung (2.13.) bestimmt. Die Integrale der Funktionen $f^{(0)}$, $f^{(1)}$ und $f^{(2)}$ werden mit den passenden Potenzen von B multipliziert und addiert. Zu dem Wert von η wird aus den eingelesenen Daten mittels einer speziellen Programmierungstechnik der passende

Wert der oberen Grenze des Integrals auf der rechten Seite gesucht, so daß Gleichung (3.3.) erfüllt ist. Aus λ bestimmt man θ mittels

$$\theta = \lambda \chi_c \sqrt{E} \quad .$$

Zur Auswahl des gleichmäßig verteilten azimuthalen Streuwinkels ϕ benutzt man ein in (27) beschriebenes Unterprogramm.

Auch zur Auswahl der Energieabgaben Q aus der modifizierten Stragglingverteilung (2.3.) wurde die direkte Methode benutzt. Hierbei wurde die Verteilung nicht als Funktion von λ , sondern als Funktion von Q dargestellt:

$$f(Q)dQ = \phi(\lambda)d\lambda$$

Für 41 Werte der Anfangsenergie zwischen 10 keV und 6 MeV wurde das Integral

$$\int_0^Q f(Q)dQ$$

als Funktion der oberen Grenze berechnet und tabelliert. Als Maximalwert der oberen Grenze wurde $Q_{\max} = 5 \cdot \bar{Q}_{\text{Bethe}}$ gewählt. Der Anteil mit $Q > 5 \cdot \bar{Q}_{\text{Bethe}}$ ist in allen Fällen zu vernachlässigen ($< 0.1 \%$).

Für jeden in dieser Arbeit untersuchten Absorber (Polystyrol, Graphit, Al, Si, Cu, Ge, Ag, Au und Pb) wurden je zwei Sätze dieser integralen Stragglingverteilungen berechnet: für Bahnsegmentlängen $\Delta t = 5 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^2$ (für Anfangsenergien zwischen 6 und 2 MeV) und für $\Delta t = 10^{-2} \text{ g/cm}^2$ (für Anfangsenergien zwischen 1 MeV und 0.25 MeV). Die Lösung der zu Gleichung (3.3.) analogen Gleichung für Q und die Bestimmung von Q erfolgt ähnlich der Berechnung von θ .

Die Auswahl der Bremsstrahlungsverluste folgt einer von Fugate und Mar (25) angegebenen Methode. Die Funktion (2.17.) lautet (mit den Bezeichnungen von Abschnitt 2.4.)

$$(3.5.) \quad \eta = \int_0^E \frac{E \ln(E_0/E) (t/\ln 2) - 1}{E_0 \Gamma(t/\ln 2)} dE$$

Mit $t/\ln 2 \ll 1$ und passenden Substitutionen wird

$$\eta = \int_{\ln(E_0/E)}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} (t/\ln 2) dx$$

$$(3.6.) \quad \eta = (t/\ln 2) Ei(\ln(E_0/E))$$

Ei ist das Exponentialintegral (15). Es wird als Tabelle während des Programmlaufs in der Rechenmaschine gespeichert.

Nach der Wahl von η wird in der Tabelle derjenige Wert von Ei gesucht, der Gleichung (3.6.) erfüllt. Dadurch erhält man den Wert von $\ln(E_0/E)$. Die Energie E nach Durchlaufen der Strecke Δt ist

$$E = E_0 e^{-\ln(E_0/E)}$$

Der Energieverlust durch Bremsstrahlung E_{rad} ist damit

$$(3.7.) \quad E_{\text{rad}} = E_0 - E = E_0 (1 - e^{-\ln(E_0/E)})$$

Während eines Programmlaufs werden die einzelnen Strahlungsverluste addiert, um eine Kontrolle über den mittleren Energieverlust durch Strahlung zu haben. Es zeigte sich, daß die nach Gleichung (3.7.) berechneten Energieverluste einen Mittelwert ergaben, der um 20 bis 30 % (je nach Kernladungszahl des Absorbers und Elektronenenergie) über den gesicherten Werten (Berger und Seltzer, (4)) liegt. Die Auswahl der Strahlungsverluste wurde daher mit einer entsprechend geringeren Häufigkeit vorgenommen. Die Abbildung 3.3. zeigt einen Vergleich der nach dieser Methode berechneten mittleren Bremsstrahlungsverluste mit den Angaben von Berger und Seltzer für die Anfangsenergien 6 MeV und 1 MeV und neun verschiedene Absorber.

4. Anwendung der Monte-Carlo-Methode auf Probleme des Elektronentransports

In Abschnitt 3.1. wurde gezeigt, daß bisher keine Monte-Carlo-Methode entwickelt wurde, die die Erscheinung des Straggling bei Stoß- und Strahlungsverlusten des Elektrons

vollständig behandelt. Außerdem werden in den bekannten Arbeiten nur spezielle Probleme (etwa die Transmission von monoenergetischen Elektronen durch Materieschichten, oder die Rückstreuung) für wenige Energiewerte und wenige Absorber betrachtet. Eine systematische Behandlung des Transportproblems fehlt bisher. Das in Abschnitt 3 beschriebene Programm ist geeignet, beliebige Transportprobleme für Anfangsenergien von 0.25 MeV bis 6 MeV und beliebige Absorber zu untersuchen. In den folgenden Abschnitten wird eine Reihe von Ergebnissen diskutiert, die aus der Berechnung von jeweils 10 000 Elektronenbahnen für die Anfangsenergien 6, 5, 4, 3, 2, 1 MeV ($\Delta t = 5 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^2$) und für 1, 0.75, 0.5 und 0.25 MeV ($\Delta t = 10^{-2} \text{ g/cm}^2$) im jeweiligen Absorber erhalten wurden ¹⁾.

4.1. Untersuchung von Fällen mit einfachen Randbedingungen

Zunächst wird das Verhalten von Elektronen in Materie für zwei einfache geometrische Anordnungen von Quelle und Absorber behandelt (Abbildung 4.1.).

- 1) Die Elektronen treten senkrecht zur Oberfläche in einen unendlich ausgedehnten Halbraum ein.
- 2) Die punktförmige Elektronenquelle ist im unendlich ausgedehnten Medium eingebettet. Alle Elektronen verlassen die Quelle unter der gleichen Richtung.

4.1.1. Reichweitenverteilungen und Reichweiten

Die Vielfachstreuung bewirkt, daß die Bahn eines Elektrons in Materie sehr starke Krümmungen aufweist. Wegen des Energiestraggling haben die Bahnen von Elektronen gleicher Anfangsenergie unterschiedliche Längen. Infolge der starken

¹⁾ Die Programme wurden in FORTRAN II und FORTRAN IV geschrieben. Die Rechnungen wurden auf der IBM 7094 des Deutschen Rechenzentrums, Darmstadt, durchgeführt.

Umlenkungen der Bahn dringen Elektronen bei senkrechtem Einfall auf eine Materieschicht unterschiedlich tief in diese ein. Die Schichtdicke, die ein Elektron gerade noch durchqueren kann, nennt man seine 'Reichweite' oder 'Eindringtiefe'.

In Abbildung 4.2. ist das Schema der statistischen Verteilung $N(x)/N_0$ der Bahnlängen (B) und Reichweiten (R) gegen die durchdrungene Schichtdicke x des Absorbers aufgetragen. $N(x)/N_0$ gibt den Bruchteil der ursprünglich vorhandenen Elektronen an, deren Reichweite (Bahnlänge) größer ist als die Schichtdicke (das Bahnstück) x des Absorbers. Die Kurve R für die Reichweiten wird 'Reichweitenverteilung', 'Absorptionskurve' oder 'Transmissionskurve' genannt. Entsprechend wird im folgenden die Kurve B mit 'Bahnlängenverteilung' bezeichnet. Reichweiten - und Bahnlängenverteilungen sind Gegenstand der Untersuchungen dieser Arbeit.

4.1.1.1. Reichweitenverteilungen

Die Monte-Carlo-Methode bietet bei der Ermittlung von Transmissionskurven (Reichweitenverteilungen) einige Vorteile. Die experimentell bedingte Unschärfe der Elektronenenergie wird umgangen. Außerdem spielt der Einfluß der geometrischen Anordnung der Meßapparatur (Ausdehnung der Elektronenquelle, Blenden, Streustrahlung) keine Rolle. Ein Untergrund, der die Ermittlung der 50-%-Reichweite (siehe Abschnitt 4.1.1.2.) aus den Kurven erschweren würde, tritt nicht auf.

Am Beispiel der Transmission von 1-MeV-Elektronen in Aluminium wird zunächst ein Vergleich der mittels der Monte-Carlo-Methode erhaltenen Ergebnisse mit den Resultaten anderer Autoren durchgeführt (Abb. 4.3.). Aufgetragen sind die Messungen von Marshall und Ward (59), Nakai et al. (60) und Seliger (61) sowie die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnungen von Perkins (32), Fugate und Mar (25) und Sidei et al. (29). Man erkennt, daß die im Rahmen dieser Arbeit berechnete Transmissionskurve gut mit bereits bekannten Resultaten übereinstimmt. Die Messungen von Marshall und Ward liegen

über den übrigen Resultaten. Die gleiche Erscheinung findet man, wenn man ihre Meßergebnisse für andere Energiewerte mit den Resultaten anderer Autoren vergleicht.

Die Abbildung 4.4. zeigt eine Auswahl der berechneten Transmissionskurven. Polystyrol (mittlere Ordnungszahl etwa 5.6) wurde untersucht, da das Verhalten von Elektronen in diesem Material und Materialien ähnlicher mittlerer Ordnungszahl (z.B. Kunstgläser, weiches Gewebe) für Abschirmungsrechnungen und Fragen der Teilchenspektroskopie und Dosimetrie von Interesse ist. Man erkennt, daß Elektronen im Mittel in Absorber hoher Ordnungszahl (z.B. Blei) nicht so tief eindringen wie in Absorber niedriger Ordnungszahl (z.B. Silizium). Das ist auf die Zunahme des Einflusses der Vielfachstreuung mit steigender Ordnungszahl zurückzuführen. Diese Erscheinung überwiegt gegenüber der Abnahme des Bremsvermögens, die eine Zunahme der Reichweite erwarten läßt. Die Verteilungen für Absorber hoher Ordnungszahl weisen infolge starken Stragglings lange Ausläufer auf. In bezug auf die maximale Reichweite unterscheiden sich die Absorber nicht wesentlich.

Von Interesse sind die Reichweitenverteilungen für die Halbleiter Germanium und Silizium, da diese Elemente beim Bau von Teilchendetektoren Verwendung finden (siehe auch Abschnitt 4.2.1.).

4.1.1.2. Reichweiten

An den Reichweitenverteilungen werden Größen definiert, die für die Behandlung der Absorption von Elektronen wichtig sind. Die 'extrapolierte Reichweite' R_{ex} , manchmal auch als 'praktische Reichweite' bezeichnet, findet man mit Hilfe der Wendetangente an die Kurve R (s. Abb. 4.2.). Ferner erscheint es hier zweckmäßig, eine '50-%-Reichweite' zu definieren ($R_{50\%}$). Dies ist die Reichweite, die von der Hälfte der N_0 Elektronen übertroffen wird. Die 'mittlere Reichweite' $\bar{R}$ kann nicht direkt an der Verteilung abgelesen werden. Es ist der arithmetische Mittelwert aller Reichweiten. Die

mittlere Reichweite $\bar{R}$ ist i. allg. verschieden von der 50%-Reichweite. Trägt man die Reichweitenverteilungen in differentieller Form auf, so erkennt man, daß diese Kurven, die etwa die Form von Gaußverteilungen haben, i. allg. unsymmetrisch sind. Nur im Falle einer symmetrischen Verteilung sind mittlere Reichweite $\bar{R}$ und 50%-Reichweite gleich.

Außer einer Arbeit von Dänzer (62), in der eine Beziehung für die extrapolierte Reichweite mittels einer Diffusionsrechnung abgeleitet wird, ist bisher keine Theorie für die Reichweite von Elektronen bekannt. Die meisten Werte stammen aus Messungen von Transmissionskurven, die von verschiedenen Autoren durchgeführt wurden. Der einzige Absorber, der bisher Gegenstand systematischer Untersuchungen war, ist Aluminium. Für diesen Absorber haben Katz und Penfold (35) durch Auswertung von Messungen mehrerer Autoren eine empirische Formel für die extrapolierte Reichweite als Funktion der Elektronenenergie aufgestellt, die häufig benutzt wird. Es sind noch weitere empirische Beziehungen für die extrapolierte Reichweite in Aluminium bekannt, aber nicht für andere Absorber oder für die 50%-Reichweite und die mittlere Reichweite.

Einige Autoren bestimmen die extrapolierte Reichweite aus dem Verlauf von Tiefendosisverteilungen (s. Abschn. 4.1.4.). Da diese Verteilungen theoretisch bestimmt werden können, darf vielleicht doch von einer 'Theorie der Reichweite' die Rede sein. So berechnete z.B. Roesch (69) mit der Age-Diffusions-Theorie die extrapolierte Reichweite von Elektronen in Aluminium. Die Werte weichen aber um mehr als 10 % von den Ergebnissen von Katz und Penfold (35) ab. Außer Aluminium wurden keine anderen Absorber mit dieser, für den praktischen Gebrauch zu umständlichen Methode untersucht.

Die als gesichert anzusehenden Werte von Katz und Penfold können dazu dienen, die Brauchbarkeit des Monte-Carlo-Verfahrens zu prüfen. Abb. 4.5. zeigt Werte für die extrapolierte Reichweite monoenergetischer Elektronen in Aluminium, die mit der Monte-Carlo-Methode berechnet wurden, sowie

die Beziehung von Katz und Penfold und Meßergebnisse von Agu, Burdett und Matsukawa (36). Die Abweichungen der Monte-Carlo-Ergebnisse von den Werten von Katz und Penfold sind im gesamten untersuchten Energiebereich (0.25 MeV bis 6 MeV) kleiner als 5 %.

Bei der Behandlung der Absorption von Elektronen wird die Beziehung von Katz und Penfold häufig auch für andere Absorber als Aluminium benutzt. Das kann, wie die Monte-Carlo-Ergebnisse der Abbildung 4.6. zeigen, für Absorber, die sich in der Kernladungszahl stark von Aluminium unterscheiden, zu großen Fehlern führen. Die Reichweiten von Elektronen und damit auch die extrapolierten Reichweiten nehmen mit steigender Kernladung des Absorbers infolge stärkerer Streuung und größerer Strahlungsverluste ab. In den Abbildungen 4.7. und 4.8. sind die mittlere Reichweite und die 50%-Reichweite als Funktion der Energie aufgetragen. Parameter ist die Kernladungszahl. In Abbildung 4.8. werden die Resultate der Monte-Carlo-Rechnung für Aluminium mit Ergebnissen von Seliger (61), Sidel et al. (29) und Perkins (32) verglichen. Die Abbildungen 4.9., 4.10. und 4.11. enthalten die gleichen Ergebnisse. Hier ist die Reichweite als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers aufgetragen. Parameter ist die Energie. Die Abnahme der Reichweiten für Ordnungszahlen unter sechs ist auf die Zunahme des Bremsvermögens zurückzuführen.

4.1.2. Bahnlängenverteilungen und Bahnlängen

Den Reichweitenverteilungen entsprechend findet man auch eine Verteilung der Bahnlängen von Elektronen der gleichen Anfangsenergie. Aus dieser Verteilung kann man die extrapolierte Bahnlänge B_{ex} , die 50%-Bahnlänge $B_{50\%}$ (s. Abb. 4.2.) und die mittlere Bahnlänge $\bar{B}$ definieren.

4.1.2.1. Bahnlängenverteilungen

Bahnlängenverteilungen wurden bisher kaum untersucht, obwohl sie von großem theoretischen Interesse sind. Eine Ver-

teilung wurde von Williams (37) für 19.59-keV-Elektronen in Sauerstoff mittels Nebelkammeraufnahmen gemessen. Für die gleiche Energie und die Absorber Polystyrol, Sauerstoff und Aluminium wurden Verteilungen mit einer Monte-Carlo-Methode (Berechnung der Bahn von Stoß zu Stoß) gewonnen (27) (Abb. 4.12.). Zu nennen ist noch eine Theorie von Yang (38 und 39, S. 90). Die Zuverlässigkeit der Theorie wird jedoch von Hebbard und Wilson (12) in Frage gestellt. Außerdem fehlen numerische Angaben. Eine umfassende Theorie für Elektronenenergien, die klein und groß gegen $m_0 c^2$ sind (m_0 : Ruhmasse des Elektrons), wurde von Blunck (58) aufgestellt. Die Ergebnisse dieser Theorie stimmen gut mit einer Messung der Bahnlängenverteilung von 20.4-MeV-Elektronen in Freon (Harigel, Scheer und Schultze (40)) überein. Betrachtungen qualitativer Art wurden von Harigel et al. (41) und Harder et al. (42) aufgestellt. Es fehlt aber auch hier eine systematische Untersuchung für einen größeren Energiebereich und beliebige Absorber.

Mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE wurden Berechnungen von Bahnlängenverteilungen durchgeführt. Die Abbildungen 4.13. bis 4.16. zeigen die Ergebnisse für sechs der neun untersuchten Absorber, und zwar für Polystyrol, Aluminium, Silizium, Germanium, Silber und Blei. Man erkennt die Zunahme der Bahnlängen mit steigender Ordnungszahl des Absorbers. Der flachere Verlauf der Verteilungen für unendlich ausge dehntes Medium und den unendlich ausgedehnten Halbraum bei hohen Elektronenenergien und Absorbern großer Kernladungszahl ist auf den zunehmenden Einfluß der Bremsstrahlungsverluste zurückzuführen. Bei den Verteilungen für den unendlich ausgedehnten Halbraum verursacht die Elektronenrückstreuung zusätzlich ein Absenken im Bereich kleiner Bahnlängen.

Bessere Vergleichsmöglichkeiten bieten die Abbildungen 4.17. und 4.18. (unendlich ausgedehnter Halbraum bzw. unendlich ausgedehntes Medium), in denen Bahnlängenverteilungen mit der Ordnungszahl des Absorbers als Parameter aufgetragen sind. Abb. 4.19. zeigt eine Gegenüberstellung von Bahn-

längenverteilungen im unendlich ausgedehnten Medium und im Halbraum. Der flachere Verlauf der Kurven für den Halbraum infolge der Elektronenrückstreuung ist deutlich zu erkennen. Man sieht, daß die Abweichung beider Kurven voneinander mit fallender Energie und mit steigender Ordnungszahl zunimmt, entsprechend der Energie- und Z-Abhängigkeit des Rückstreuungseffekts.

Die Abbildungen 4.20. und 4.21. zeigen als Beispiel einen Vergleich der Bahnlängenverteilungen (unendlich ausgedehntes Medium) in Blei für 1 und 3 MeV mit von Blunck (58) berechneten Verteilungen sowie einen Vergleich der Verteilungen für 3-MeV-Elektronen in Graphit mit dem Blunckschen Ergebnis für Sauerstoff. Diesmal sind die Bahnlängenverteilungen in differentieller Form angegeben. Der flache Anstieg rührt von Elektronen her, die auf ihrer Bahn durch harte unelastische Stöße oder Bremsstrahlung große Energieverluste erlitten haben. Hier ist der Hinweis von Blunck zu beachten, daß die exakte theoretische Verteilung in der Nähe der maximalen Bahnlänge weicher einsetzt (wie das bei den Monte-Carlo-Ergebnissen der Fall ist) als die von Blunck angegebene Näherung. Fraglich ist, ob die Theorie auf 1- bzw. 3-MeV-Elektronen angewendet werden darf, da die Bedingung $E_0 \gg m_0 c^2$ erfüllt sein soll.

4.1.2.2. Bahnlängen

Wie bereits erwähnt wurde, kann man an der Verteilung der Bahnlängen (Abb. 4.2.) den Reichweitendefinitionen analoge Bahnlängen einführen. Die Untersuchung von Elektronenbahnen war bisher kaum Gegenstand der Forschung. Es sind nur Angaben über die mittlere Bahnlänge $\bar{B}$ im unendlich ausgedehnten Medium gemacht worden (3, 4). Man erhält $\bar{B}$ durch Integration des Bremsvermögens:

$$\bar{B} = \int_{E_0}^0 (dE/dx)^{-1} dx$$

Die mittlere Bahnlänge $\bar{B}$ wird fälschlicherweise häufig 'Reichweite' (range) genannt.

Bei Berechnungen von Bahnlängen muß zwischen den in Abschnitt 4.1. genannten geometrischen Anordnungen (unendlich ausgedehntes Medium und unendlich ausgedehnter Halbraum) unterschieden werden (Abbildung 4.1.). Es hat sich an Hand der hier berechneten Bahnlängenverteilungen herausgestellt, daß die extrapolierte Bahnlänge für Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum und im unendlich ausgedehnten Medium praktisch gleich sind. Abbildung 4.22. zeigt die extrapolierte Bahnlänge. Im Gegensatz zur extrapolierten Reichweite nimmt die extrapolierte Bahnlänge mit steigender Ordnungszahl des Absorbers zu. Dies ist auf die Abnahme des totalen Bremsvermögens $-dE/dx$ für Stoß- und Strahlungsverluste im hier untersuchten Energiebereich zurückzuführen. dE/dx beträgt z.B. für 1-MeV-Elektronen in Graphit 1.648 MeV/g/cm^2 , in Blei 1.168 MeV/g/cm^2 (4).

Die Abbildungen 4.23., 4.24. und 4.25. zeigen nochmals die extrapolierte Bahnlänge, außerdem die 50%-Bahnlänge und die mittlere Bahnlänge im unendlich ausgedehnten Medium. Parameter der Darstellung ist hier die Energie. Die mittlere Bahnlänge ist identisch mit den Werten von Berger und Seltzer (4), da der Monte-Carlo-Rechnung die von diesen Autoren berechneten Werte für das Bremsvermögen zugrundeliegen.

Von größerem Interesse für den Experimentator ist die Kenntnis der Bahnlängen im unendlich ausgedehnten Halbraum. Diese Bahnlängen unterscheiden sich durch den Anteil der Bahnstücke der rückgestreuten Elektronen, die (im Gegensatz zum Fall des unendlich ausgedehnten Mediums) nicht berücksichtigt werden. Der Rückstreueffekt nimmt mit steigender Energie ab und mit steigender Ordnungszahl des Absorbers zu (s. Abschnitt 4.1.4.). Entsprechend stark unterscheiden sich die Bahnlängen für den Fall des unendlich ausgedehnten Mediums und des unendlich ausgedehnten Halbraums.

Die Abbildungen 4.26. und 4.27. zeigen die 50%-Bahnlänge und die mittlere Bahnlänge im Halbraum. Zum Vergleich sind die Werte für Blei und unendlich ausgedehntes Medium eingezeichnet. Das Überkreuzen der Kurven für Blei und Kupfer

rührt von steigenden Bremsstrahlungs- und Rückstreuverlusten der Elektronen im Blei her.

Die gleichen Resultate sind in den Abbildungen 4.28. und 4.29. mit der Anfangsenergie der Elektronen als Parameter enthalten.

4.1.3. Vergleich von Bahnlängen und Reichweiten

Wichtige Größen zur Kennzeichnung des Verhaltens von Elektronen beim Durchgang durch Materie sind die Verhältnisse der verschiedenen Bahnlängen und Reichweiten zueinander. Infolge des Mangels an Bahnlängenverteilungen und systematischer Untersuchungen von Reichweitenverteilungen fehlen Angaben in der Literatur fast vollständig. Ausnahme ist der Quotient aus mittlerer Bahnlänge im unendlich ausgedehnten Medium (berechnet aus der Betheschen Theorie für das Bremsvermögen) und gemessener extrapolierte Reichweite ($\bar{B}_\infty/R_{ex}$). Hierzu werden u.a. von Perkins (32) und von Agu et al. (43) Angaben gemacht. Die Ergebnisse dieser Autoren werden in Abbildung 4.30. mit den Rechnungen dieser Arbeit verglichen. Die Annahme eines energieunabhängigen Quotienten im Bereich unterhalb 1 MeV (Agu et al.) ist eine recht gute Näherung. Man sieht, daß die verbreitete Meinung, die extrapolierte Reichweite R_{ex} sei gleich der mittleren Bahnlänge im unendlich ausgedehnten Medium $\bar{B}_\infty$, nur für Absorber mit kleiner Ordnungszahl richtig ist. Bei Absorbern großer Ordnungszahl und bei niedrigen Elektronenenergien sind die Elektronenbahnen so stark gekrümmt, daß die totale Bahnlänge ein Mehrfaches der Reichweite (Eindringtiefe) beträgt.

Einen ähnlichen Verlauf wie die Kurven in Abbildung 4.30. zeigt der Quotient $B_{50\%}^{HR}/R_{50\%}$ aus 50%-Bahnlänge im Halbraum und 50%-Reichweite (Abbildung 4.31.). Man erkennt, daß im Gebiet um 1 MeV in Absorbern hoher Kernladungszahl die 50%-Bahnlänge etwa fünf mal größer ist als die zugehörige Reichweite. Abbildung 4.32. zeigt den entsprechenden Quotienten $\bar{B}^{HR}/\bar{R}$ für die Mittelwerte.

In Abbildung 4.33. ist der Quotient $B_{\text{ex}}^{\text{HR}}/R_{\text{ex}}$ aus extrapoliertem Bahnlänge (Halbraum) und extrapoliertem Reichweite aufgetragen. Abbildung 4.34. zeigt das Verhältnis von extrapoliertem Reichweite zu 50%-Reichweite. Der Anstieg der Kurven zu niedrigen Energien hin ist mit zunehmendem Reichweitenstragging zu erklären. Dadurch werden die Transmissionskurven, aus denen R_{ex} und $R_{50\%}$ gewonnen wurden, flacher. R_{ex} wächst somit, während $R_{50\%}$ kaum beeinflusst wird. Für Aluminium wurde der Quotient $R_{\text{ex}}/R_{50\%}$ aus Transmissionskurven von Seliger (61), Sidei et al. (29), Perkins (32) und Fugate und Mar (25) berechnet und zum Vergleich mit den Monte-Carlo-Resultaten dieser Arbeit in die Abbildung aufgenommen.

4.1.4. Tiefendosisverteilungen

Im folgenden Abschnitt soll ein Problem der Elektronendosimetrie behandelt werden. Es werden Tiefendosisverteilungen für monoenergetische Elektronen und für die β -Strahlung der Nuklide Phosphor 32 und Gold 198 angegeben.

4.1.4.1. Tiefendosisverteilungen für monoenergetische Elektronen

Wenn monoenergetische Elektronen senkrecht auf die Oberfläche eines unendlich ausgedehnten Halbraums fallen, dann ist die Form der Verteilung der von den Elektronen abgegebenen Energie als Funktion der Eindringtiefe ('Tiefendosisverteilung') von Interesse. Das Problem wurde bereits für einige Absorber und bestimmte Energiebereiche von mehreren Autoren bearbeitet, so daß gute Vergleichsmöglichkeiten mit den Monte-Carlo-Rechnungen vorhanden sind.

Besonders zahlreich sind die Untersuchungen für den Absorber Aluminium. Für die Elektronenenergien 0.5, 1, 2 und 4 MeV zeigt die Abbildung 4.35. einen Vergleich von Ergebnissen der Monte-Carlo-Rechnungen dieser Arbeit mit den Resultaten anderer Autoren. Die Werte von Spencer (44) wurden mittels einer theoretischen Methode (Momenten-

methode) berechnet. Die Momentenmethode berücksichtigt das Energiestraggling im Gegensatz zur hier beschriebenen Monte-Carlo-Methode nicht. Das wird an den Tiefendosisverteilungen für 0.5 MeV und 4 MeV deutlich. Hier zeigen die Monte-Carlo-Ergebnisse zusätzlich einen Anteil von tief eindringenden Elektronen. Dies stimmt mit den Meßergebnissen von Frantz (45) und den Resultaten einer Monte-Carlo-Rechnung von Perkins (32) besser überein. Für 0.5 MeV und 1 MeV liegen neuere Messungen von Parak und Luchner (46) vor. Für 1 MeV ist das Ergebnis einer Monte-Carlo-Rechnung von Meissner (33) und eine Messung von Nakai et al. (47) angegeben. Für 2 MeV liegt eine Messung von Trump et al. (48) vor.

In Abbildung 4.36. sind die Ergebnisse für 0.5-MeV-Elektronen in Gold mit Resultaten von Spencer (44) und Frantz (45) verglichen. Auch hier liefert die Monte-Carlo-Rechnung einen größeren Anteil tief eindringender Elektronen.

Die Abbildung 4.37. enthält einen Vergleich der Monte-Carlo-Werte für 1-MeV-Elektronen in Blei mit einer Messung von Nakai et al. (47) und der Spencer-Theorie. An Hand der Abbildungen 4.35., 4.36. und 4.37. sieht man, daß die Monte-Carlo-Ergebnisse für einen großen Energiebereich und einen großen Bereich der Ordnungszahl gut mit den Ergebnissen anderer Autoren übereinstimmen, so daß die in den Abbildungen 4.38. und 4.39. gezeigten vollständigen Monte-Carlo-Ergebnisse für sechs der neun untersuchten Absorber als hinreichend zuverlässig angesehen werden können. Die unterschiedliche Form der Verteilungen rührt von der Abhängigkeit der Aufstreuung während der Absorption des senkrecht einfallenden Elektronenbündels von der Elektronenenergie und der Kernladungszahl des Absorbers her. So ist z.B. bei Polystyrol und der Energie 6 MeV die Aufstreuung gering, da Bahnkrümmungen erst bei niedrigeren Energien eine Rolle spielen. Die entsprechende Tiefendosisverteilung hat ein nicht stark ausgeprägtes Maximum bei großer Eindringtiefe. Der andere Extremfall ist Gold bei geringer Elektronenenergie, wo die Aufstreuung schon am Anfang der Bahn so

groß ist, daß die Oberflächendosis den erwarteten Wert, der etwa dem Bremsvermögen dE/dx entspricht, um den Faktor fünf übertrifft.

4.1.4.2. Tiefendosisverteilungen für β -Spektren in Gewebe

Bei der Bestimmung der Strahlenbelastung von Personen beim Umgang mit Radionukliden darf in vielen Fällen die Gewebedosis von β -Strahlung gegenüber der Dosis durch andere Strahlenarten nicht vernachlässigt werden. Die β -Dosisleistung in der Nähe von β -Strahlungsquellen kann sehr hoch sein und die Dosisleistung eines γ -Strahlers gleicher Aktivität um Größenordnungen übertreffen. Für praktische Zwecke wird die Tiefendosisverteilung von β -Strahlung meistens berechnet, da wegen der geringen Reichweite der β -Strahlen und der dadurch bedingten starken örtlichen Schwankungen eines β -Strahlungsfeldes Messungen mit großer Unsicherheit behaftet sind. Zur Berechnung können die Theorien von Loevinger ((49), empirische Methode), Spencer ((44), Momentenmethode) und Bethe, Rose und Smith ((28), Age-Diffusions-Theorie, siehe auch (70)) herangezogen werden. Von den neueren Messungen ist die Arbeit von Cross (50) zu nennen.

Die Monte-Carlo-Methode wurde zur Berechnung von β -Dosen im Gewebe benutzt (51). Dazu erfolgt die Auswahl der Anfangsenergie eines Elektrons aus den als Daten in die Rechenmaschine eingegebenen β -Spektren nach der in Abschnitt 3.3. beschriebenen direkten Methode. Aus der auf den einzelnen Teilstücken der Elektronenbahnen abgegebenen Energie können Tiefendosisverteilungen für beliebige Quell- und Absorbergeometrien berechnet werden.

Im einzelnen wurden Tiefendosisverteilungen für die β -Spektren von Phosphor 32 (Maximalenergie 1.70 MeV) und Gold 198 (0.96 MeV) in weichem Gewebe (mittlere Kernladungszahl: 7.1, mittleres Atomgewicht: 14.1, Dichte: 1.0 g/cm^3) bestimmt.

Die Abbildungen 4.40. und 4.41. zeigen die in konzentrischen Kugelschalen um eine isotrope Punktquelle absorbierte Energie in Abhängigkeit von der Entfernung zur Quelle. Die Histogramme stellen die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung dar. Die ausgezogenen Linien zeigen die Resultate der empirischen Theorie von Loevinger (49) für die Punktquellendosisfunktion von β -Spektren, die häufig zur Berechnung von Gewebedosen herangezogen wird. In dieser Theorie wird der Verlauf der Punktquellendosisfunktion außer durch den Absorptionskoeffizienten für das betreffende β -Spektrum durch einen empirischen Faktor

$$c = 3.11 \cdot \exp(-0.55E_0)$$

bestimmt, wobei E_0 die Maximalenergie des β -Spektrums ist. Für P-32 und Au-198 ergeben sich die Werte $c = 1.22$ bzw. $c = 1.83$. Andererseits werden bei der Berechnung der Punktquellendosisfunktion für weiches Gewebe die Werte 1.0 bzw. 1.5 empfohlen (49). Aus den Abbildungen geht hervor, daß die Ergebnisse des Monte-Carlo-Verfahrens besser mit der Loevingerschen Theorie übereinstimmen, wenn im Falle von P-32 der Wert $c = 1.22$ und bei Au-198 der empfohlene Wert $c = 1.5$ benutzt wird.

Die Histogramme der Abbildungen 4.42. und 4.43. zeigen die Gewebedosis, die in ebenen Schichten nahe einer in der Grenzfläche eines Halbraumes befindlichen isotropen Punktquelle absorbiert wird. Die ausgezogene Linie in Abbildung 4.42. gibt die entsprechende Dosisverteilung für Polystyrol wieder, ebenfalls von Spencer berechnet.

4.1.5. Rückstreuoeffizienten

Wenn Elektronen in ein absorbierendes Material eindringen, so ist es möglich, daß eine Anzahl dieser Elektronen infolge der starken Bahnkrümmungen wieder aus der Oberfläche heraustreten kann, ehe die Energie vollständig abgegeben ist. Die Anzahl dieser rückgestreuten dividiert durch die Anzahl der insgesamt eingefallenen Elektronen wird als 'Rückstreuoeffizient' bezeichnet. Im folgenden wird der Rückstreuoeffizient für monoenergetische Elektronen bei

senkrechtem Einfall auf die Absorberoberfläche untersucht. Dieser Fall wurde im Energiebereich bis etwa 3 MeV von mehreren Autoren experimentell und theoretisch behandelt. Neuere Arbeiten sind in (53) bis (57), (32), (29), (25) und (36) zu finden. Im Energiebereich über 3 MeV sind bisher nur die Messungen von Dressel (55) bekannt geworden.

Die Abbildung 4.44. enthält einen Vergleich der mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE berechneten Rückstreukoeffizienten für Aluminium mit Literaturwerten. Man erkennt, daß der berechnete Wert für 250 keV etwas zu hoch ist. Das ist darauf zurückzuführen, daß bei der Berechnung die Bahnen der 250-keV-Elektronen nur aus etwa 10 Segmenten zusammengesetzt wird. Diese Zahl reicht nicht aus, um die Bedingung, daß die Segmentlänge klein gegen die Bahnlänge sei (Abschnitt 3.2.), zu erfüllen. Man sieht außerdem, daß die Meßwerte von Dressel (51) über allen anderen Resultaten liegen ¹⁾. Die Fehlerbalken geben nur den statistischen Fehler an. Die Standardabweichung für den Rückstreukoeffizienten η berechnet sich aus

$$\sqrt{\eta(1 - \eta)/N} \quad ,$$

wobei N die Zahl der insgesamt berechneten Elektronenbahnen ist (57).

In Abbildung 4.45. sind die berechneten Rückstreukoeffizienten für verschiedene Absorber enthalten. Im Gegensatz zu Absorbern niedriger Ordnungszahl (z.B. Aluminium, siehe Abbildung 4.44.) scheint die Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung von Rückstreukoeffizienten für Absorber großer Ordnungszahl (Gold, Blei) nicht sehr geeignet zu sein. Die Meßergebnisse

1) Dressel gibt bei einer nachträglichen Analyse seiner Meßmethode einen (schwach energieabhängigen) Korrekturfaktor von 0.566 an, mit dem die gemessenen Rückstreukoeffizienten multipliziert werden müssen (69). Die korrigierten Werte sind ebenfalls in Abbildung 4.44. eingetragen.

mehrerer Autoren liegen bis zu 50 % über den Monte-Carlo-Werten. Diese Tatsache tritt auch bei den Monte-Carlo-Rechnungen von (25), (57), (29) und (32) auf, wo sogar die Rückstreukoeffizienten für Aluminium unter den gemessenen Werten liegen. Diese Erscheinung ist wahrscheinlich auf die Vernachlässigung einzelner Großwinkelstöße bei der benutzten Vielfachstreutheorie zurückzuführen.

4.1.6. Umwegfaktoren

Vergleicht man die Länge der Bahn eines Elektrons mit der kürzesten Entfernung zwischen Quellpunkt und Endpunkt der Bahn, so erhält man ein Maß für den Umweg eines Elektrons zwischen Quelle und Endpunkt. Den Quotienten aus mittlerer Bahnlänge im unendlich ausgedehnten Medium ($\bar{B}_\infty$) und mittlerer Entfernung Quelle-Bahnendpunkt kann man als 'Umwegfaktor' bezeichnen. (In der Literatur sind noch andere Definitionen des Umwegfaktors üblich.) Der Umwegfaktor wurde in dieser Arbeit für Aluminium bestimmt und beträgt bei einer Elektronenenergie von

0.5 MeV:	1.97
1.0 MeV:	1.85
4.0 MeV:	1.63
6.0 MeV:	1.49

Zu hohen Energien hin nimmt der resultierende polare Vielfachstreuwinkel ab, daher ist die Elektronenbahn weniger gekrümmt, der Umwegfaktor wird kleiner.

5. Anwendung des Monte-Carlo-Verfahrens auf spezielle Probleme

Im folgenden Abschnitt werden Anwendungen des Monte-Carlo-Programms MCELHE im Rahmen von Arbeiten beschrieben, die am Institut für Kernphysik der Universität Frankfurt/Main durchgeführt wurden. Auf die Beschreibung von Einzelheiten soll hier verzichtet werden, da ausführliche Angaben bereits veröffentlicht wurden ((63), (64), (65) und (66)).

5.1. Rückstreuung und Bremsstrahlung von Elektronen in Silizium-Detektoren

Beim Nachweis monoenergetischer Elektronen mittels Silizium-Halbleiterdetektoren zeigen die Impulshöhenverteilungen (Linienformen) unterhalb des der Totalabsorption entsprechenden Maximums einen kontinuierlichen Verlauf. Dieses Kontinuum entsteht durch unvollständige Energieabgabe der Elektronen in der empfindlichen Zone des Detektors, hauptsächlich infolge von Rückstreuung am Zählmaterial. Durch Rückstreuung allein kann das auftretende Kontinuum jedoch nicht vollständig erklärt werden, wie ein Vergleich mit dem Rückstreuoeffizienten für reines Silizium zeigt. Es wurden daher noch andere Einflüsse, wie Energieverlust der Elektronen durch Bremsstrahlung, Prozesse bei der Ionisierung in der Siliziumschicht der Detektoren, ferner durch die Geometrie der Versuchsanordnung bedingte Effekte für das Auftreten des Kontinuums verantwortlich gemacht.

Mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE wurden die Verteilungen der von Elektronen in Silizium abgegebenen Energie untersucht. Folgende Fälle wurden behandelt: Bei senkrechtem Einfall ($\phi = 90^\circ$, gegen die Oberfläche des Absorbers gemessen) wurden für die Anfangsenergien 300, 600 und 1200 keV die Linienformen berechnet. Für 600 keV wurde außerdem die Abhängigkeit der Linienform vom Einfallswinkel ermittelt ($\phi = 90^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ und 15°). Die Abbildung 4.46. zeigt die Ergebnisse der Rechnungen für senkrecht einfallende Elektronen. Sie enthält die Energieabgabeverteilungen (von jeweils 10 000 Elektronen) unter Berücksichtigung von Rückstreuverlusten und Strahlungsverlusten. Dabei ist zu beachten, daß das Monte-Carlo-Programm Wechselwirkungen von Bremsstrahlungsquanten in Silizium nicht behandelt. Es wird angenommen, daß jedes entstehende Quant aus dem Absorber herausläuft. Die Abbildung enthält außerdem die auf gleiche Teilchenzahl und auf gleiche Kanalbreite normierten Ergebnisse von Messungen, die von Waldschmidt (63, 64) durchgeführt wurden. Hierbei wurde das Maximum der Verteilung als symmetrisch angesehen und in einem Kanal zusammengefaßt.

Die Abbildung 4.47. zeigt die Winkelabhängigkeit der gemessenen und berechneten Linienformen. Man erkennt die Zunahme des Anteils der rückgestreuten Elektronen bei flacherem Einfall.

Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnungen stimmen recht gut mit den Meßergebnissen überein. Da bei der Rechnung im Gegensatz zu Messungen der Einfluß der Rückstreuverluste vom Einfluß der Strahlungsverluste auf die Linienform getrennt werden kann, ist es möglich, für die untersuchten Fälle einen Rückstreukoeffizienten anzugeben. Die Werte sind in Tabelle 4.1. enthalten. Die Tabelle gibt außerdem den Anteil

E (keV)	ϕ	Messung	Monte-Carlo-Rechnung	
			Rückstr. plus Bremsstrahlung	nur Rückstr.
300	90°	19 %	21 %	20 %
600	90°	22 %	22 %	18 %
	45°	44 %	33 %	30 %
	30°	51 %	44 %	42 %
	15°	65 %	60 %	58 %
1200	90°	22°%	20 %	11 %

Tabelle 4.1. Anteil der Elektronen mit unvollständiger Energieabgabe im Detektor

der Elektronen an, die ihre Energie nicht vollständig im Detektor abgeben. Man sieht, daß der Einfluß der Rückstreuung auf die Linienform insbesondere bei der Einfallenergie 1200 keV nicht ausreicht, die gemessene unvollständige Energieabgabe zu erklären. Mit Berücksichtigung der Bremsstrahlungsverluste ergibt sich eine bessere Übereinstimmung mit den Messungen. Es fällt auf, daß der Anteil des niederenergetischen Kontinuums am gesamten Spektrum im untersuchten Energiebereich sowohl bei den Messungen als auch bei den Rechnungen nahezu energieunabhängig ist. Dieses Resultat steht im Gegensatz zu Arbeiten von Rester und Rainwater

(67), Hühn und Schneider (68) u.a., bei denen der genannte Anteil mit der Energie zunimmt.

Aus der quantitativen Übereinstimmung der Messungen mit den Monte-Carlo-Ergebnissen kann man schließen, daß zumindest bei dem zu den Messungen verwendeten Silizium-Detektor (TMC 110-3AA) keine anderen Erscheinungen als Rückstreuverluste und Strahlungsverluste einen wesentlichen Beitrag zum nieder-energetischen Kontinuum der Linienform liefern.

5.2. Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeit einer Spektrometer-Anordnung

Bei der Suche nach Analogresonanzen in der Anregungsfunktion der ^{88}Sr (n,p) ^{88}Rb - Reaktion wurde von Wechsung (64) eine Aktivierungsmethode benutzt. Als Targets wurden metallische Strontium-Zylinder mit einem Durchmesser von 10 mm und einer Länge von 25 mm verwendet. Die Elektronen der Zerfälle des β -aktiven Restkerns ^{88}Rb zum zweiten und ersten angeregten Zustand und zum Grundzustand des ^{88}Sr wurden in 4π -Geometrie von einem die aktivierte Strontiumprobe umgebenden/^{Plastik-}Szintillator nachgewiesen. Eine Anzahl der Elektronen wird schon im Target absorbiert oder verliert hier einen Teil der Energie. Die deshalb notwendige Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit der Zählordnung kann wegen der Randbedingungen nicht mit einfachen Mitteln durchgeführt werden. Die Nachweiswahrscheinlichkeit wurde daher mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE berechnet. Ebenso wurde die Energieverteilung der in den Szintillator gelangenden Elektronen rechnerisch ermittelt. Sie stimmt gut mit einer Messung von Wechsung überein (Einzelheiten siehe (64)).

5.3. Durchgang von Elektronen durch dünne Schichten

Von Kreyling (66) wurde das Monte-Carlo-Programm MCELHE in modifizierter Form zur Berechnung des Durchgangs von Elektronen der Energie 0.5 MeV, 0.625 MeV und 1.0 MeV durch dünne Schichten von Polyvinyltoluol herangezogen. (Polyvinyltoluol wird zur Herstellung plastischer Szintillatoren

benutzt.) Im einzelnen wurden Energieverteilungen, Winkelverteilungen und die Abhängigkeit der Winkelverteilungen vom Streuwinkel beim Durchgang von Elektronen durch Schichten einer Dicke von 0.25 mm bis 3 mm berechnet. Die Ergebnisse für Elektronen der Energie 0.625 MeV wurden mit Meßresultaten verglichen, wobei sich gute Übereinstimmung ergab.

Literatur

- (1) Koch, H.W., Motz, J.W., Rev. Mod. Phys. 31 (1959) 920
- (2) Bethe, H.A., Ann. Physik 5 (1930) 325
- (3) Nelms, A., Energy Loss and Range of Electrons and Positrons. NBS Circular 577 (1965), und Supplement to NBS Circular 577 (1958).
- (4) Berger, M.J., Seltzer, S.M., Tables of Energy Losses and Ranges of Electrons and Positrons. NASA SP-3012 (1964), und Additional Stopping Power and Range Tables for Protons, Mesons, and Electrons. NASA SP-3036 (1966).
- (5) Rohrlich, F., Carlson, B.C., Phys. Rev. 93 (1954) 38
- (6) Bohr, N., Phil. Mag. 30 (1915) 581
- (7) Williams, E.J., Proc. Roy. Soc. (London) A125 (1929) 420
- (8) Landau, L., J. Phys. (USSR) 8 (1944) 201
- (9) Blunck, O., Leisegang, S., Z. Physik 128 (1950) 500
- (10) Blunck, O., Westphal, K., Z. Physik 130 (1951) 641
- (11) Schultz, W., Z. Physik 129 (1951) 530
- (12) Hebbard, D.F., Wilson, P.R., Australian J. Phys. 8 (1955) 90
- (13) Knop, G., Minten, A., Nellen, B., Z. Physik 165 (1961) 533
- (14) Chen, J.J.L., Warshaw, S.D., Phys. Rev. 80 (1950) 97 und Phys. Rev. 84 (1951) 355
- (15) Jahnke, Emde, Lösch, Tafeln höherer Funktionen, 6. Aufl. 1960, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart.
- (16) Wentzel, G., Ann. Phys. 69 (1922) 335
- (17) Bothe, W., Z. Physik 4 (1921) 161 und 300, sowie 5 (1921) 63
- (18) Williams, E.J., Proc. Roy. Soc. (London) A169 (1939) 531
- (19) Goudsmit, S.A., Saunderson, J.L., Phys. Rev. 57 (1940) 24 sowie 58 (1940) 36
- (20) Snyder, W., Scott, W.T., Phys. Rev. 76 (1949) 220
- (21) Molière, G., Z. Naturforschg. 3a (1948) 78
- (22) Lewis, H.W., Phys. Rev. 78 (1950) 526
- (23) Bethe, H.A., Phys. Rev. 89 (1952) 1256
- (24) Zerby, C.D., Keller, F.L., Nucl. Sci. Eng. 27 (1967) 190
- (25) Fugate, S., Mar, B.W., Electron Monte Carlo. AS-1485 (1965)
- (26) Bethe, H., Heitler, W., Proc. Rev. Soc. (London) A146 (1934) 83
- (27) Wittig, S., Diplomarbeit. Frankfurt 1965

- (28) Bethe, H.A., Rose, M.E., Smith, L.D., Proc. Am. Phil. Soc. 78 (1938) 573
- (29) Sidei, T., Higasimura, T., Kinosita, K., Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ. 19 (1957) 220
- (30) Leiss, J.E., Penner, S., Robinson, C.S., Phys. Rev. 107 (1957) 1544
- (31) Schneider, D.O., Cormack, D.V., Radiation Research 11 (1959) 418
- (32) Perkins, J.F., Phys. Rev. 126 (1962) 1781
- (33) Meissner, G., Z. Naturforschg. 19a (1964) 269
- (34) Bishop, H.E., Proc. Phys. Soc. 85 (1965) 855
- (35) Katz, L., Penfold, A.S., Rev. Mod. Phys. 24 (1952) 28
- (36) Agu, B.N.C., Burdett, T., Matsukawa, E., Proc. Phys. Soc. 71 (1958) 201
- (37) Williams, E.J., Proc. Roy. Soc. (London) A130 (1931) 310
- (38) Yang, C.N., Phys. Rev. 84 (1951) 599
- (39) Birkhoff, R.D., The Passage of Fast Electrons Through Matter, in Handbuch der Physik, S. Flügge (Ed.), Band 34. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958
- (40) Harigel, G., Scheer, M., Schultze, K., Z. Naturforschg. 16a (1961) 132
- (41) Harigel, G., Lüers, D., Mayer, H.-M., Scheer, M., Schultze, K., Z. angew. Physik 13 (1961) 217
- (42) Harder, D., Harigel, G., Strahlentherapie 115 (1961) 1
- (43) Agu, B.N.C., Burdett, T.A., Matsukawa, E., Proc. Phys. Soc. 72 (1958) 727
- (44) Spencer, L.V., Phys. Rev. 98 (1955) 1597
- (45) Frantz, F., zitiert bei (44)
- (46) Parak, F., Luchner, K., Nukleonik 9 (1967) 25
- (47) Nakai, Y., Izura, H., Matsuda, K., Kumura, K., Annual Report of the Japanese Association for Radiation Research on Polymers Vol. 3, AEC-tr-6372 (1961) pp 11-15
- (48) Trump, J.G., Wright, K.A., Clarke, A.M., J. Appl. Phys. 21 (1950) 345
- (49) Loevinger, R., Japha, E.M., Brownell, G.L., in Radiation Dosimetry, Academic Press, New York. Ed. Hine, G.J., Brownell, G.L. (1956)
- (50) Cross, W.G., Canadian J. Phys. 45 (1967) 2021
- (51) Wensel, A., Wittig, S., Proceedings of the First International Conference of the International Radiation Protection Association. Im Druck.
- (52) Cross, W.G., private Mitteilung
- (53) Dressel, R.W., Phys. Rev. 144 (1966) 332

- (54) Wright, K.A., Trump, J.G., J. Appl. Phys. 18 (1962) 687
- (55) Cohen, A.J., Koral, K.F., Backscattering and Secondary-Electron Emission from Metal Targets of Various Thicknesses. NASA-TN-D-2782 (1965)
- (56) Frank, H., Z. Naturforschg. 14a (1959) 247
- (57) Berger, M.J., in Methods in Computational Physics, Vol. I. Ed. Alder, B., Fernbach, S. und Rotenberg, M. Academic Press (1963) pp 135-215
- (58) Blunck, O., Z. Physik 131 (1952) 354
- (59) Marshall, J.S., Ward, A.G., Canad. J. Res. A15 (1937) 39
- (60) Nakai, Y., Izura, H., Matsuda, K., Osuga, S., Kimura, K., Annual Report of the Japanese Association for Radiation Research on Polymers, Vol. 3. AEC-tr-6372 (1961) pp 17-28
- (61) Seliger, H.H., Phys. Rev. 100 (1955) 1029
- (62) Dänzer, H., Z. Physik 128 (1950) 79
- (63) Waldschmidt, M., Wittig, S., Verh. d. Dt. Phys. Ges. 4 (1968) 366
- (64) Waldschmidt, M., Wittig, S., Nucl. Instrum. Methods, im Druck
- (65) Wechsung, R., Diplomarbeit. Frankfurt 1967
- (66) Kreyling, H., Diplomarbeit, Frankfurt 1968
- (67) Rester, D.H., Rainwater, W.J.Jr., Nucl. Instrum. Methods 41 (1966) 51
- (68) Hühn, E.A., Schneider, H., Kerntechnik 9 (1967) 397
- (69) Dressel, R.W., private Mitteilung
- (70) Roesch, W.C., Age-Diffusion Theory for Beta Ray Problems. HW-32121 (1954)

Dem Direktor des Instituts für Kernphysik der Universität Frankfurt/Main, Herrn Professor Dr. E. Schopper, danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit durchführen zu können.

Herrn Dr. A. Wensel bin ich für die Betreuung zu großem Dank verpflichtet.

Den Herren Dipl.-Phys. R. Bernard und Dr. A. Schmidt danke ich für zahlreiche anregende Diskussionen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. M. Waldschmidt für die vorbildliche Zusammenarbeit bei der Untersuchung der Linienformen von Silizium-Halbleiter-Detektoren.

Herrn Professor R. Dressel von der New Mexico State University danke ich für die Mitteilung unveröffentlichter Ergebnisse.

Die Rechnungen wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziert. Ihr sei an dieser Stelle gedankt.

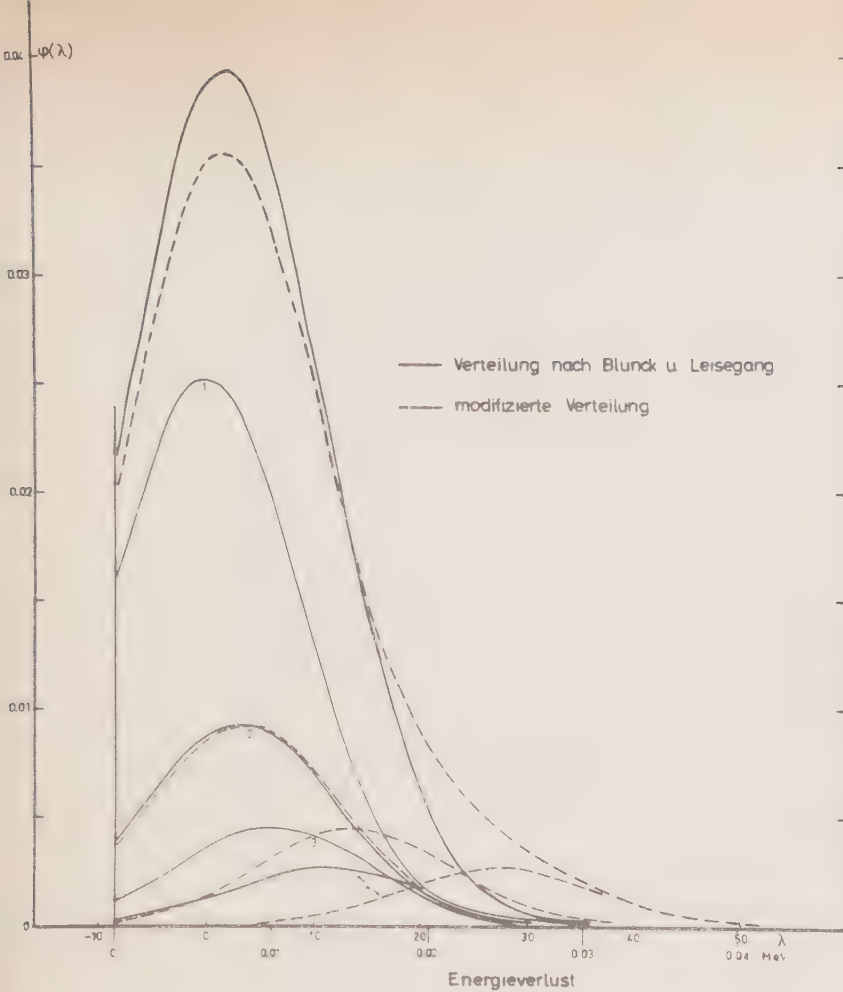


Abb. 2.1. Verteilung der Energieabgaben von Elektronen der Anfangsenergie 1 MeV nach dem Durchdringen von 8.8 μm Blei. Die dick ausgezogene Kurve stellt die Summe der Gaußkurven 1 bis 4 dar.

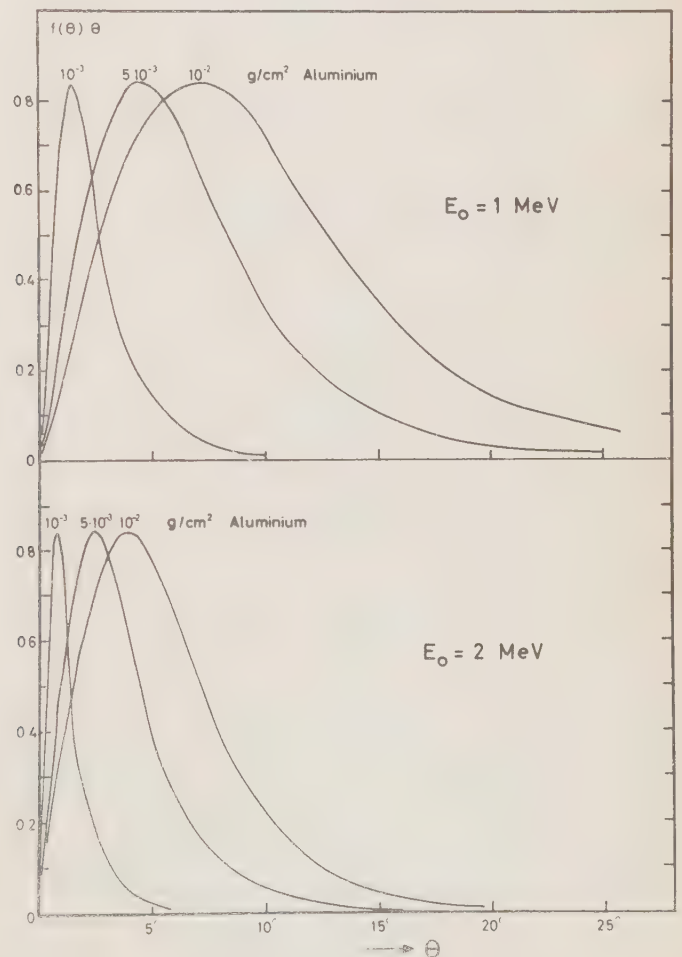


Abb. 2.2. Verteilung der polaren Vielfachstreuwinkel von Elektronen nach dem Durchdringen von Aluminiumfolien (Molière (21))

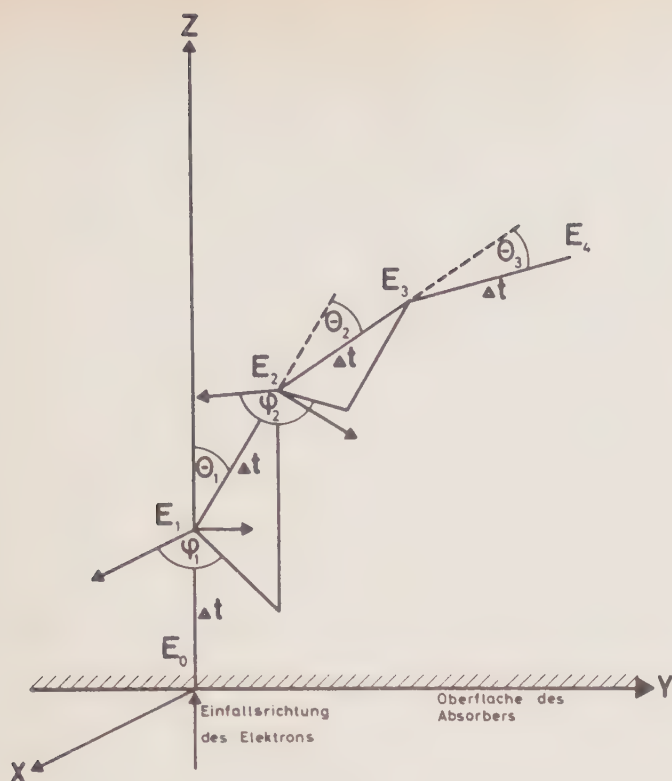


Abb. 3.1. Berechnung einer Elektronenbahn aus Bahnelementen konstanter Länge Δt .

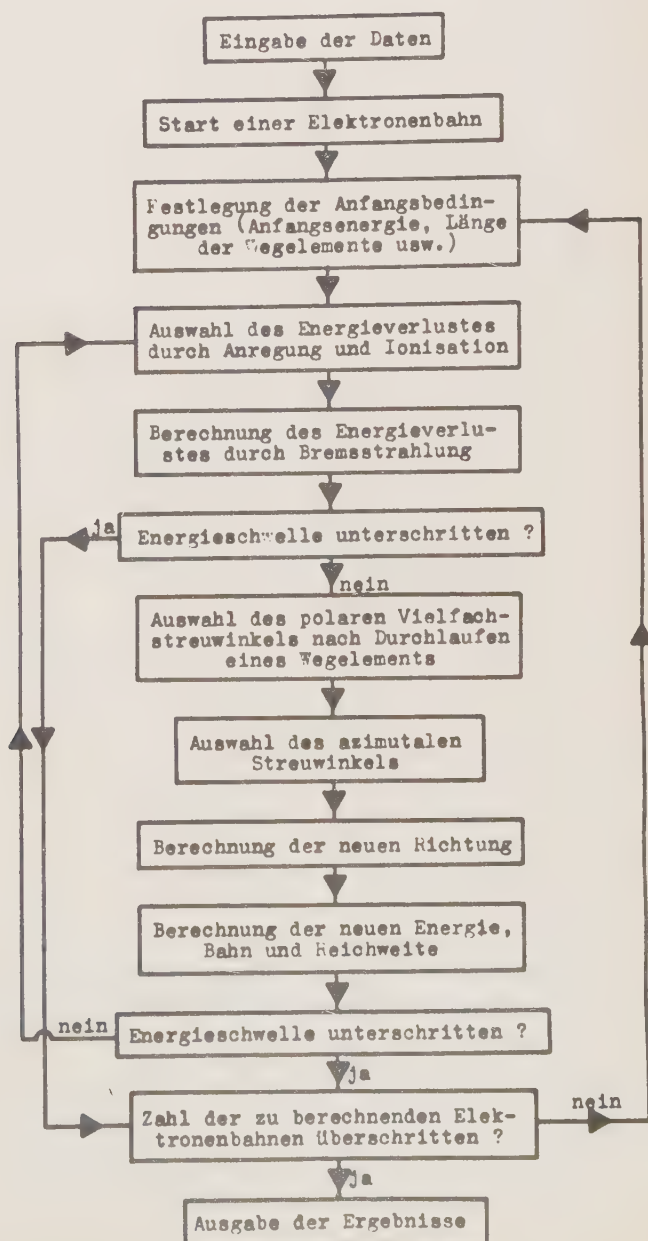


Abb. 3.2. Vereinfachtes Flußdiagramm (ohne Randbedingungen) des Monte-Carlo-Programms MCELHE für die Behandlung von Elektronen-Transportproblemen.

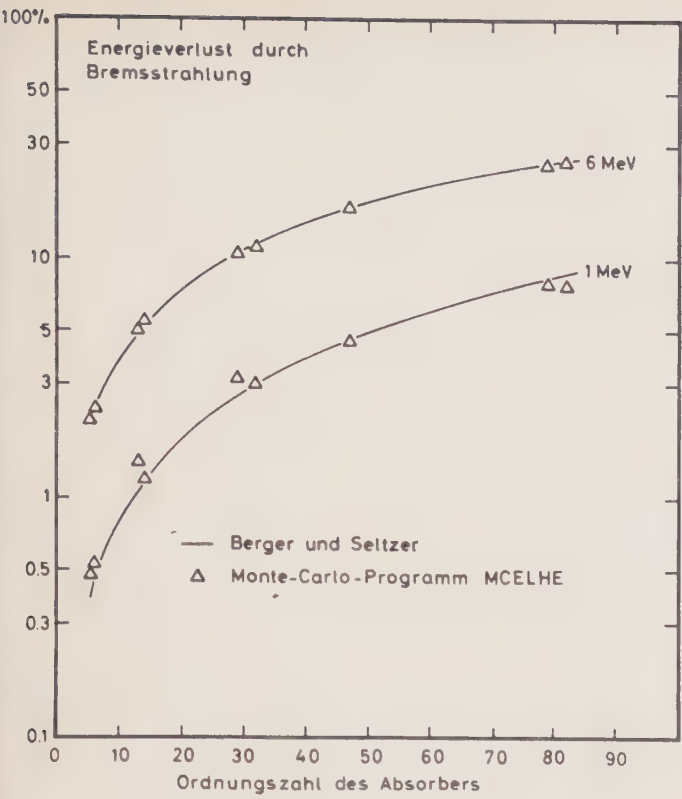


Abb. 3.3. Vergleich der im Monte-Carlo-Programm MCELHE berechneten Bremsstrahlungsverluste von Elektronen mit den Werten von Berger und Seltzer (4).

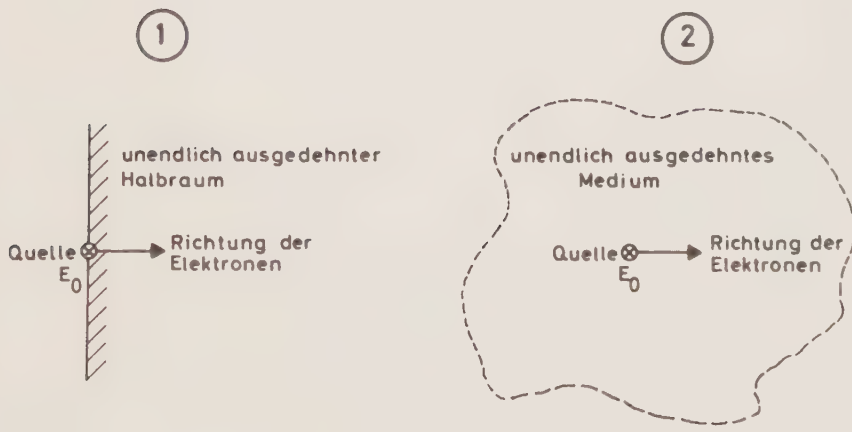


Abb. 4.1. Ansicht der beiden mit dem Programm MCELHE behandelten geometrischen Anordnungen von Quelle und Absorber.

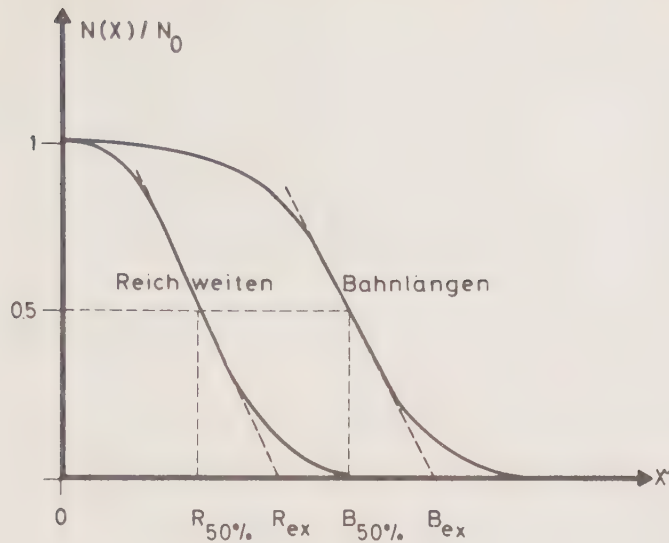


Abb. 4.2. Schema der statistischen Verteilungen der Bahnlängen und Reichweiten von monoenergetischen Elektronen in einem Absorber. $N(x)/N_0$ gibt den Bruchteil der Elektronen an, deren Bahnlänge (Reichweite) größer als x ist.

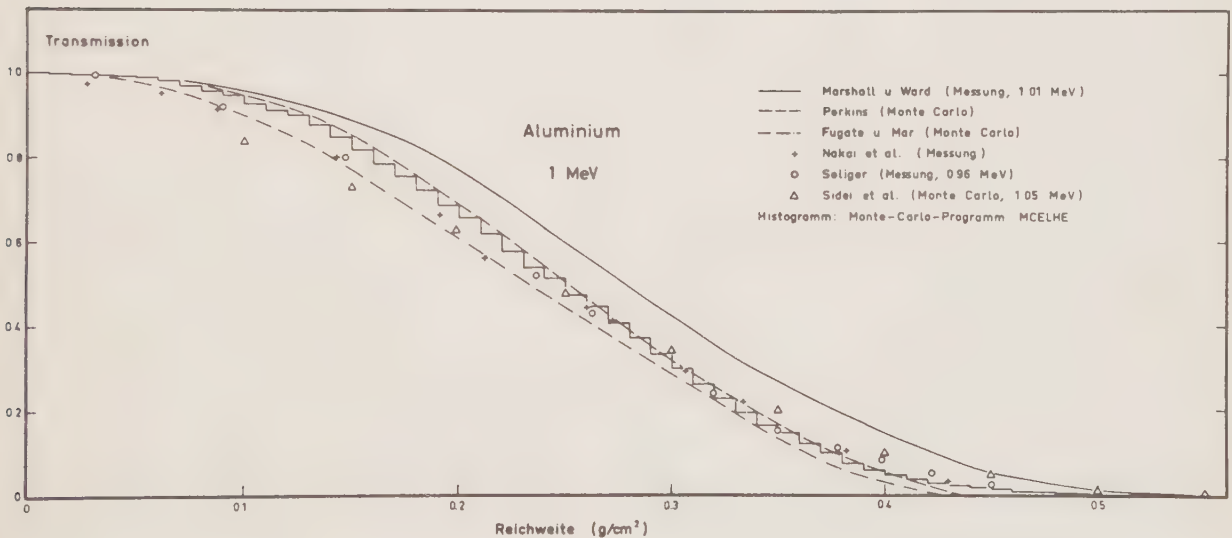


Abb. 4.3. Transmission (Reichweitenverteilung) von Elektronen der Energie 1 MeV in Aluminium.

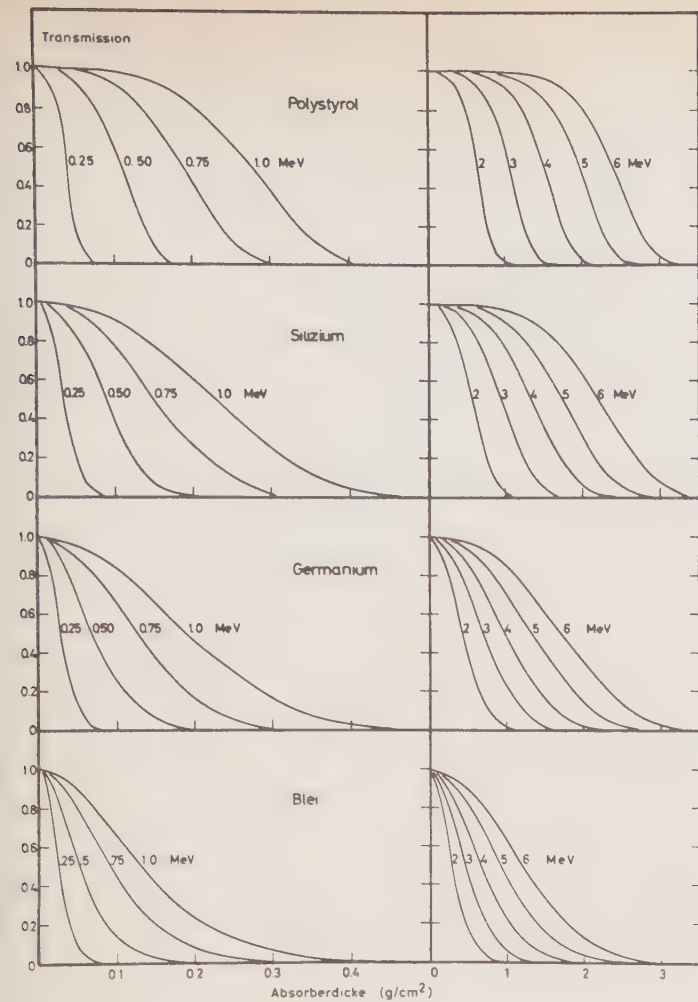
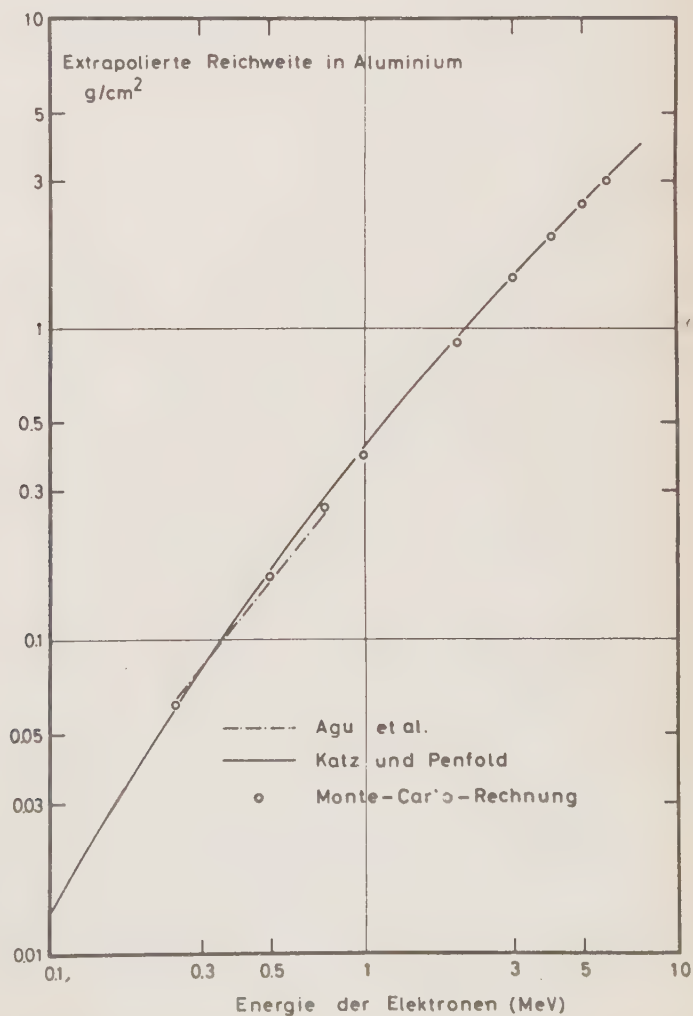


Abb. 4.4. Transmissionskurven monoenergetischer Elektronen für einige der untersuchten Absorber.

Abb. 4.5. Extrapolierte Reichweite monoenergetischer Elektronen in Aluminium als Funktion der Anfangsenergie.



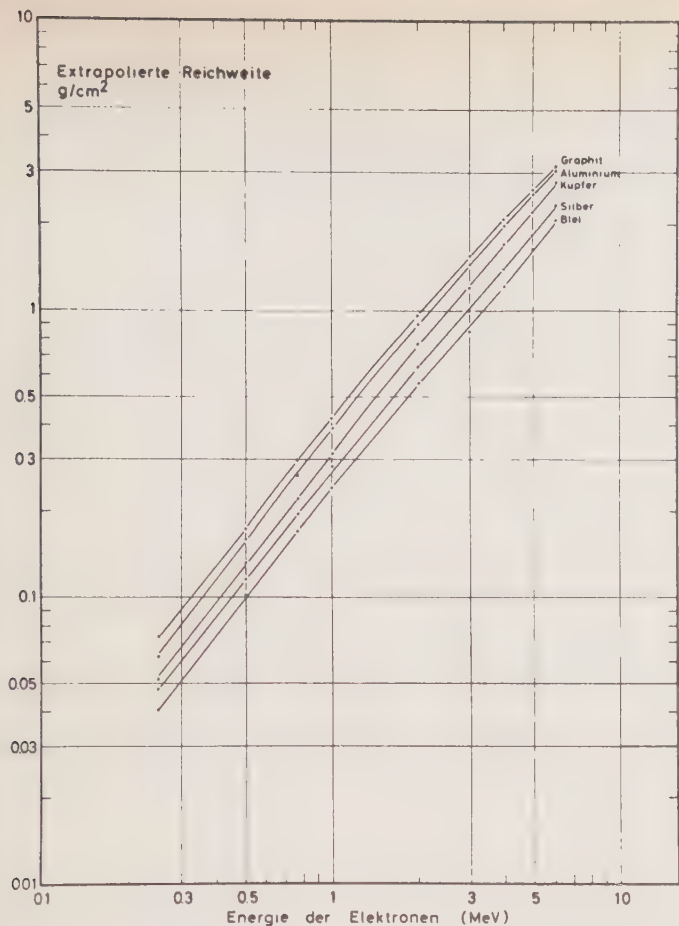


Abb. 4.6. Extrapolierte Reichweite monoenergetischer Elektronen in einigen der mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE untersuchten Absorber.

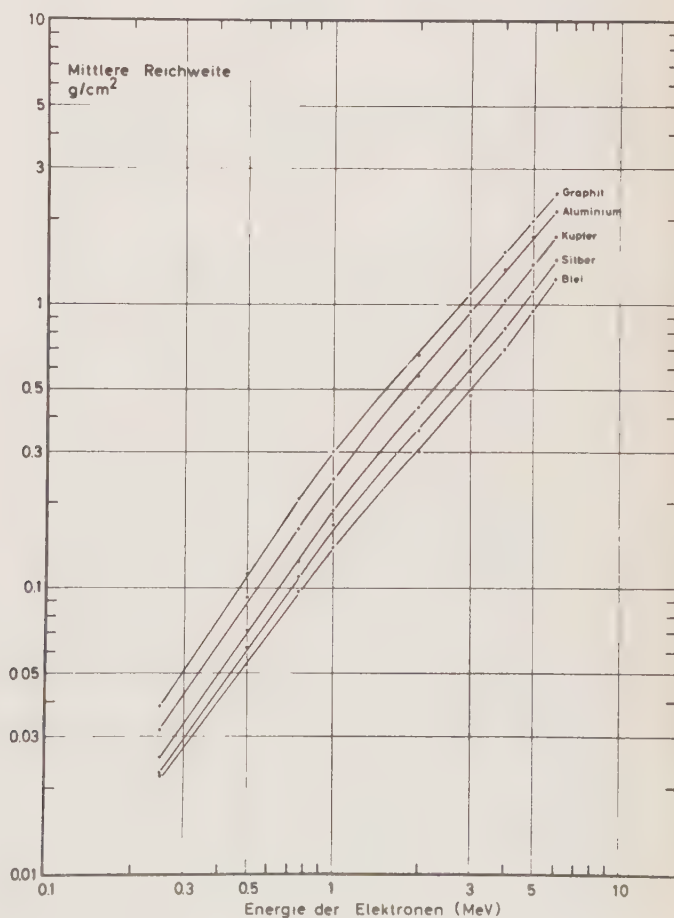


Abb. 4.7. Mittlere Reichweite monoenergetischer Elektronen als Funktion der Anfangsenergie.

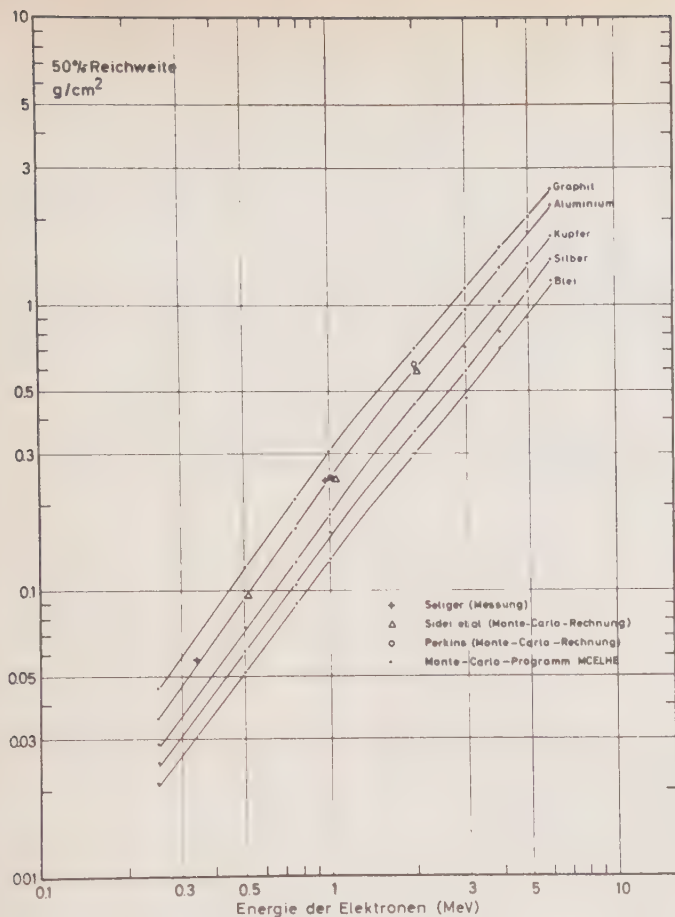
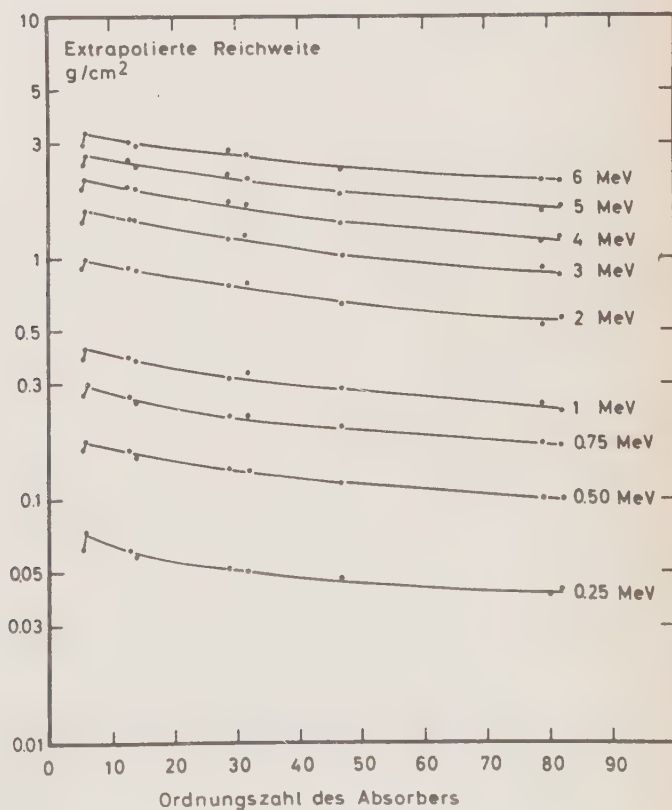


Abb. 4.8. 50%-Reichweite monoenergetischer Elektronen. Für den Absorber Aluminium liegen Resultate anderer Autoren vor.

Abb. 4.9. Extrapolierte Reichweite monoenergetischer Elektronen als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers. Parameter ist die Anfangsenergie der Elektronen.



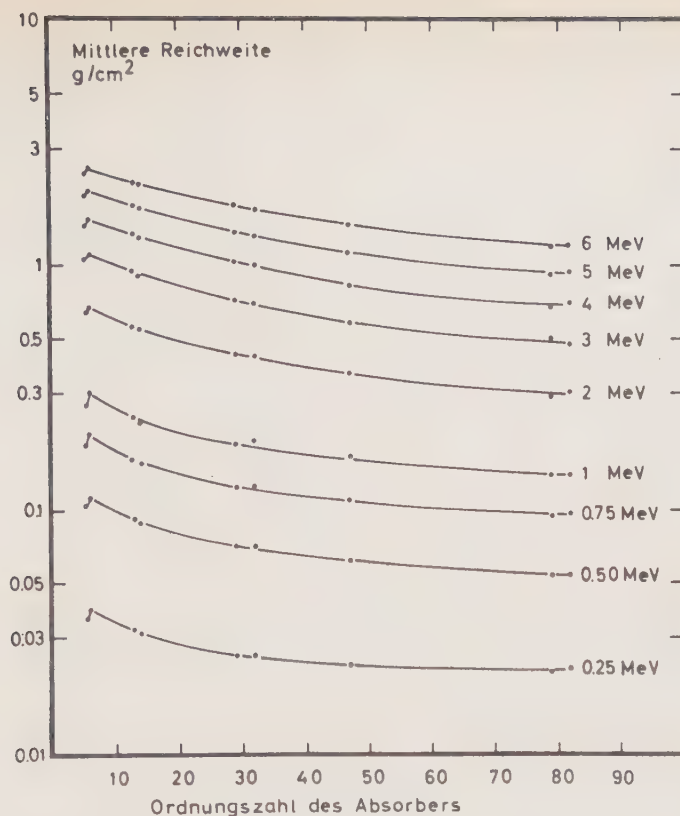


Abb. 4.10. Mittlere Reichweite monoenergetischer Elektronen als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers.

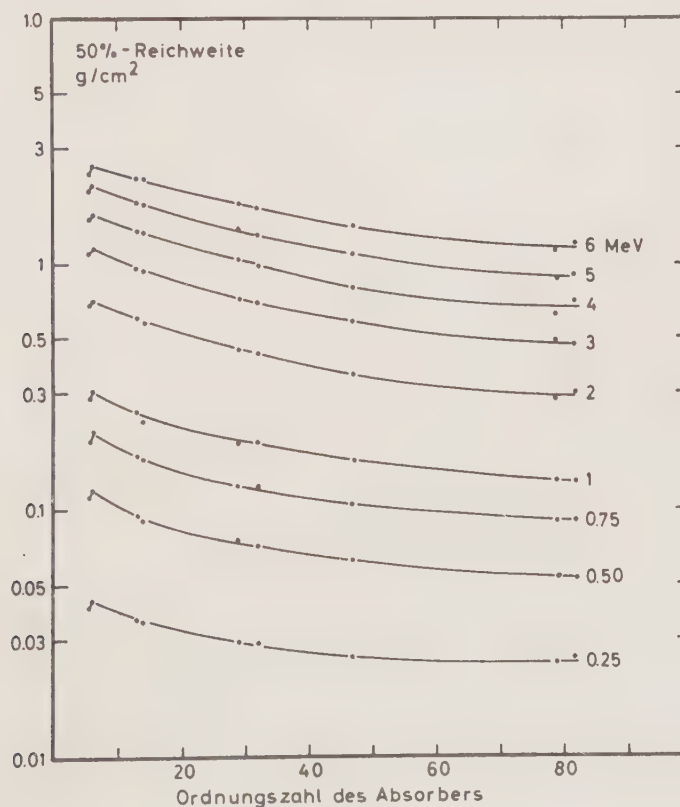


Abb. 4.11. 50%-Reichweite monoenergetischer Elektronen als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers.

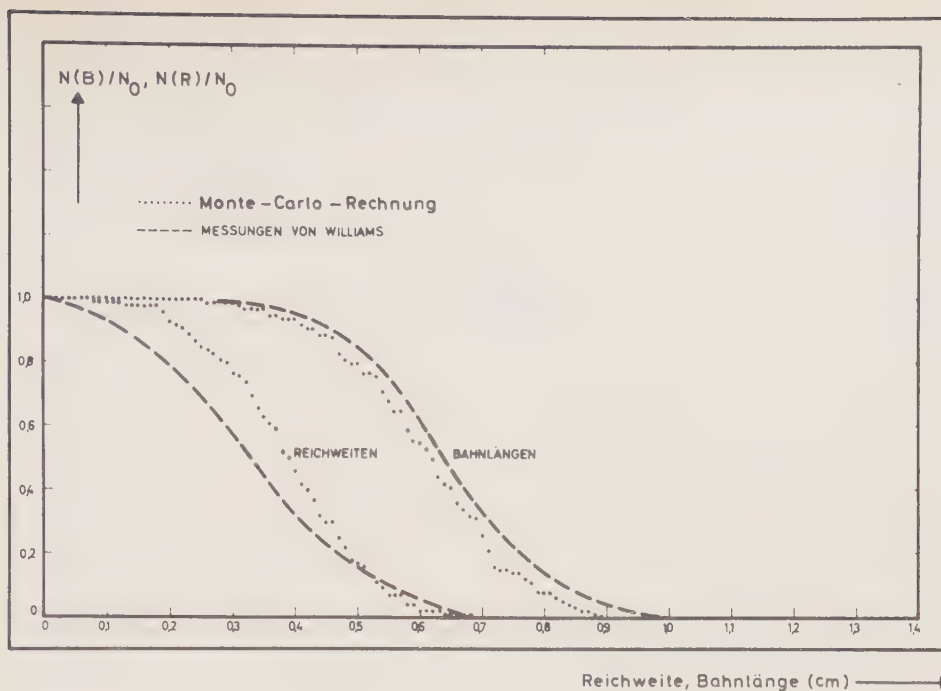


Abb. 4.12. Verteilung der Bahnlängen und Reichweiten von 19.59-keV-Elektronen in Sauerstoff. Ergebnis einer Monte-Carlo-Rechnung (27), bei der einzelne Wechselwirkungen auf der Elektronenbahn berechnet werden.

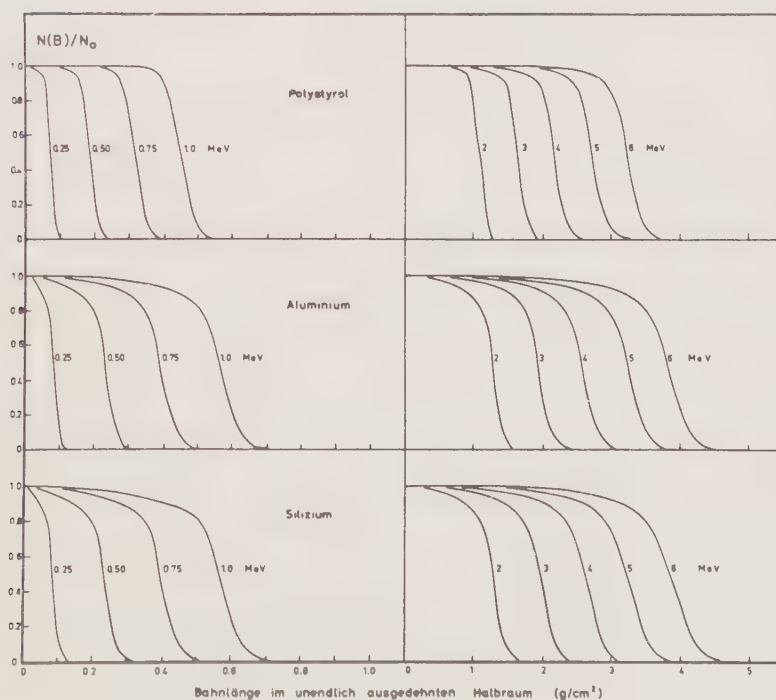


Abb. 4.13. Verteilung der Bahnlängen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum.

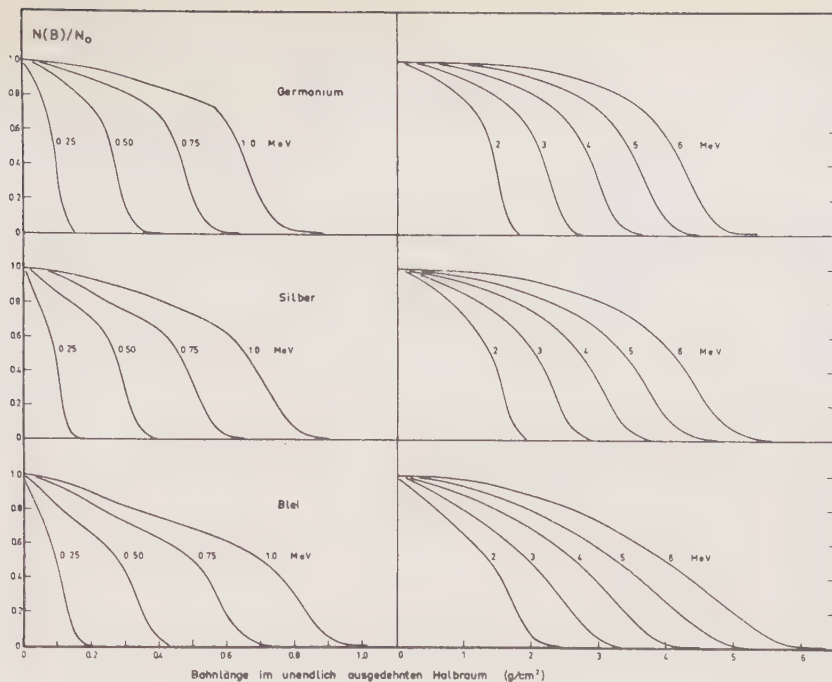


Abb. 4.14. Verteilung der Bahnlängen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum.

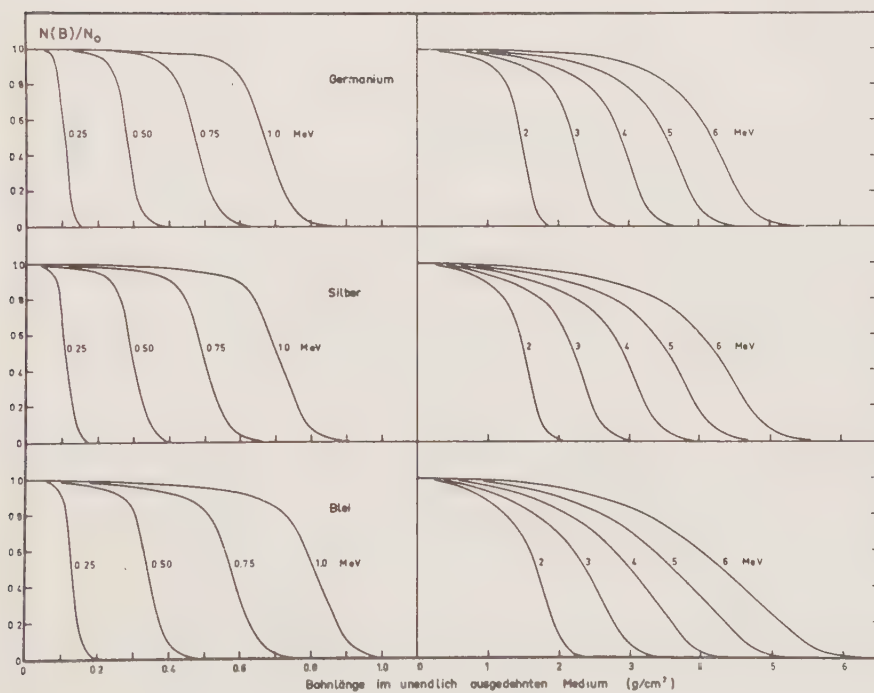


Abb. 4.15. Verteilung der Bahnlängen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium.

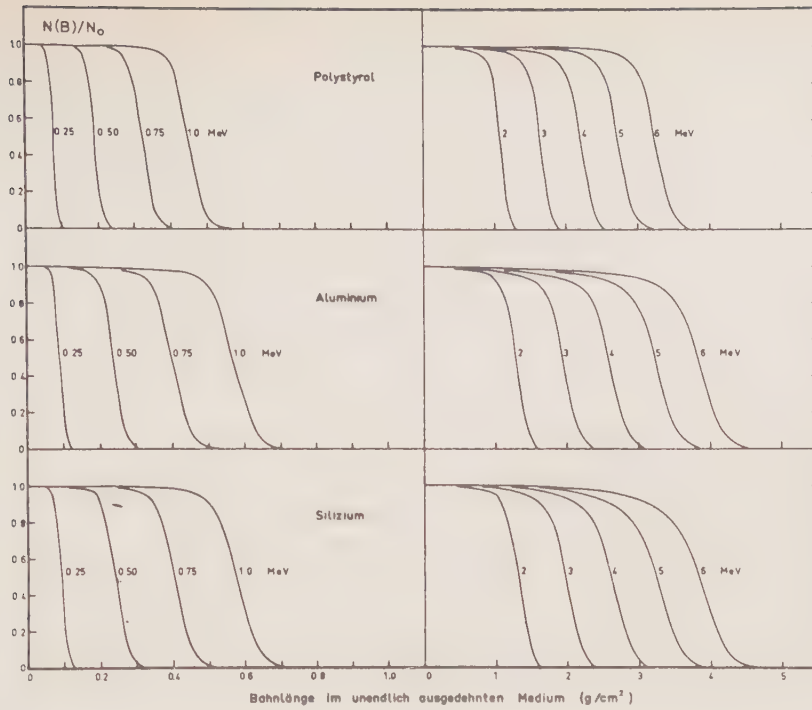


Abb. 4.16. Verteilung der Bahnlängen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium.

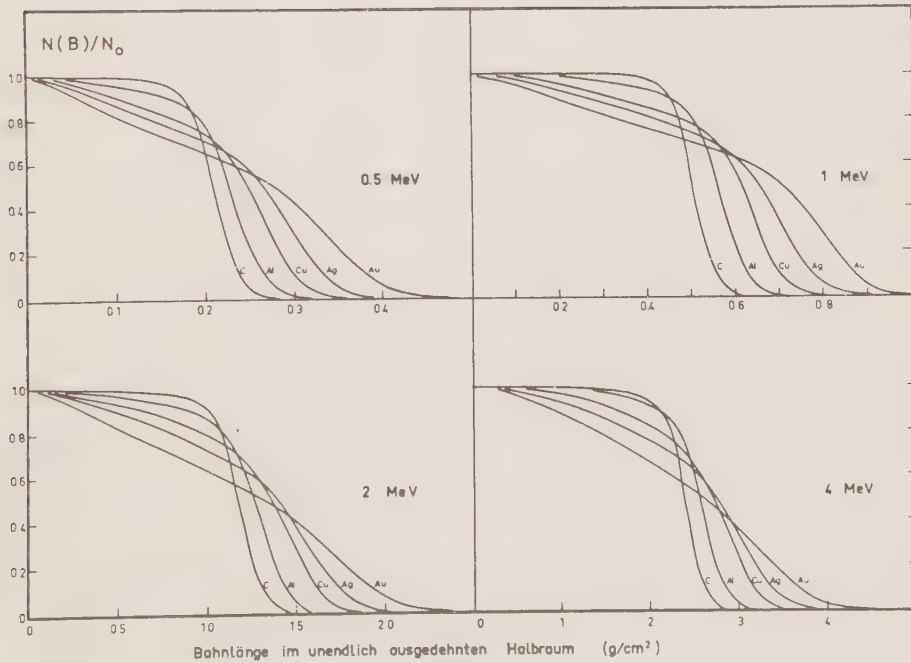


Abb. 4.17. Vergleich von Bahnlängenverteilungen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum.

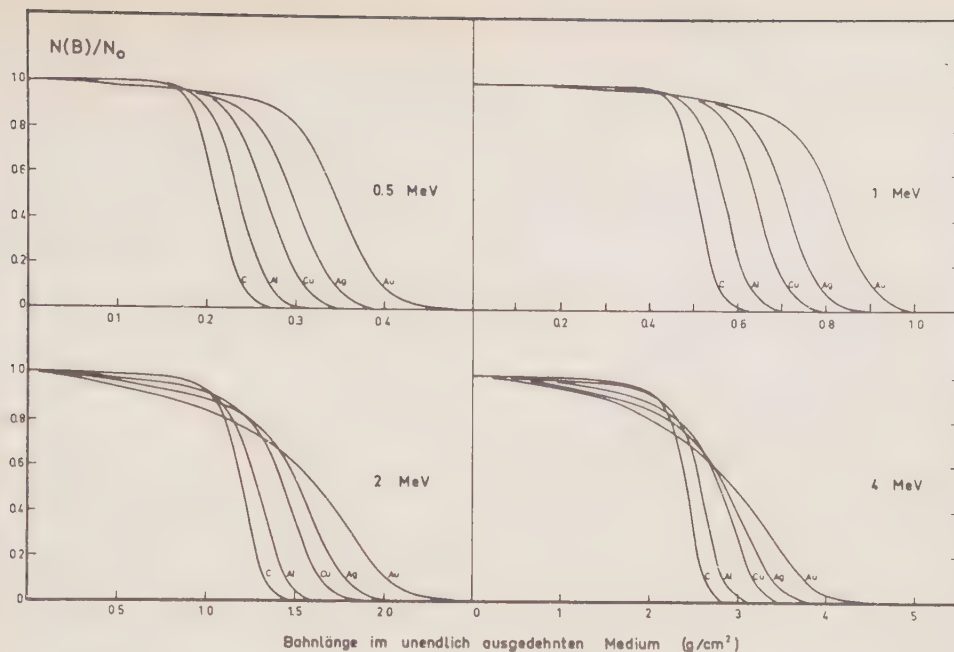


Abb. 4.18. Vergleich von Bahnlängenverteilungen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium.

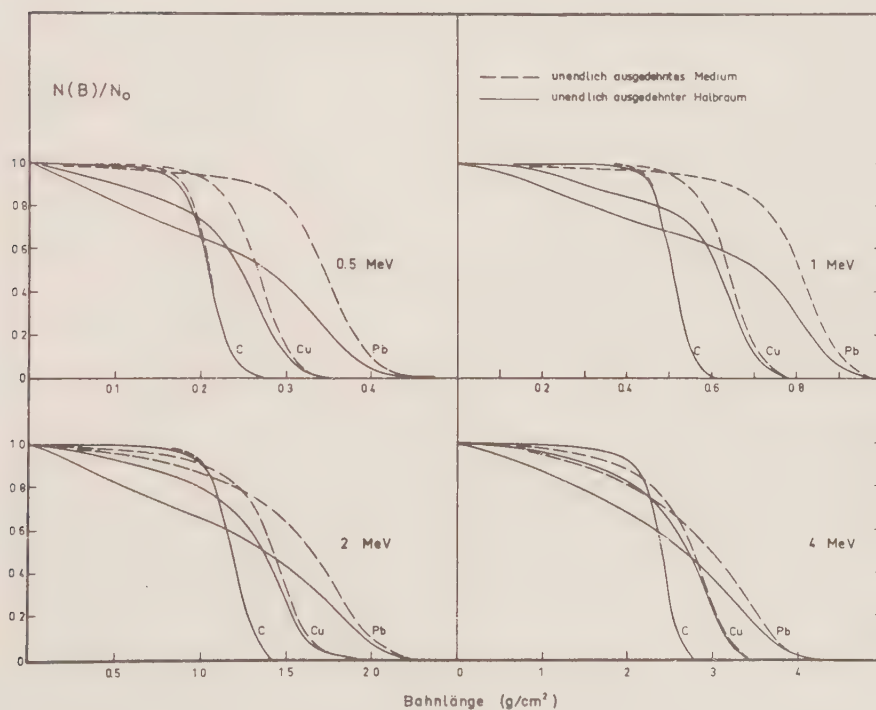


Abb. 4.19. Vergleich von Bahnlängenverteilungen monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium und im unendlich ausgedehnten Halbraum.

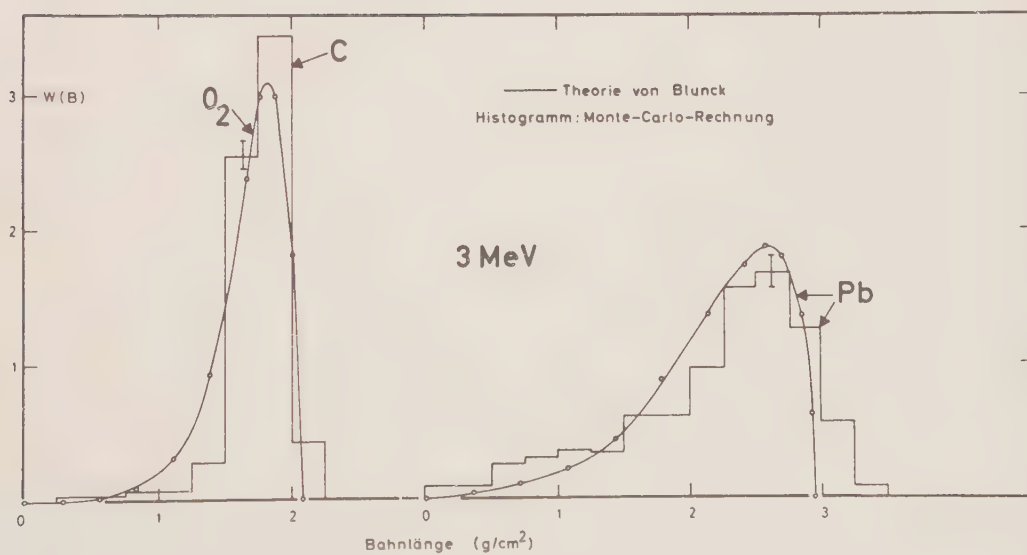
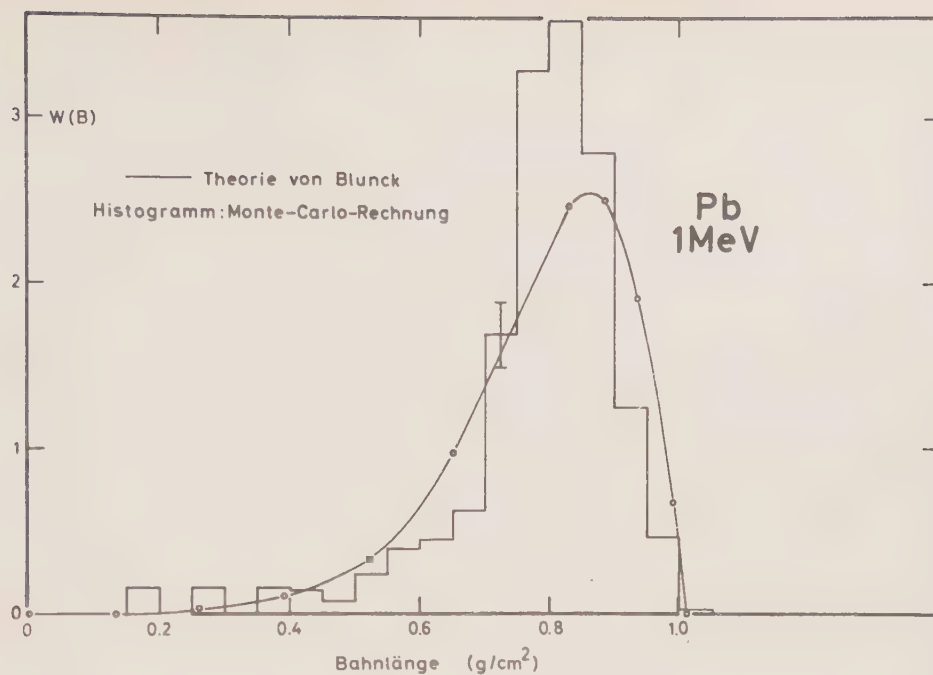


Abb. 4.20. und 4.21. Differentielle Bahnlängenverteilungen mono-energetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium. Vergleich mit Ergebnissen einer Theorie von Blunck (58).

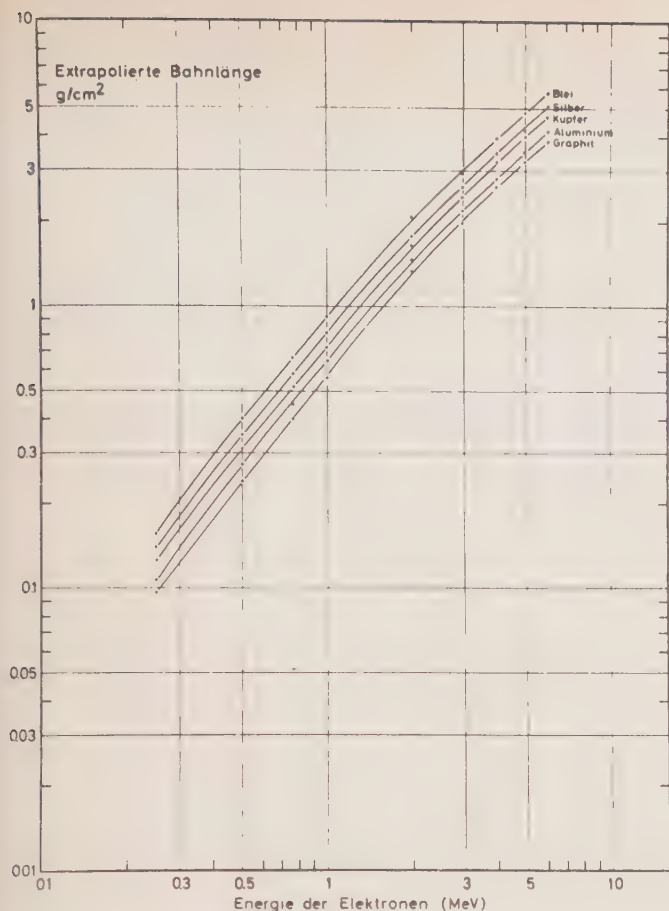


Abb. 4.22. Extrapolierte Bahnlänge monoenergetischer Elektronen in einigen der mit dem Monte-Carlo-Verfahren untersuchten Absorber.

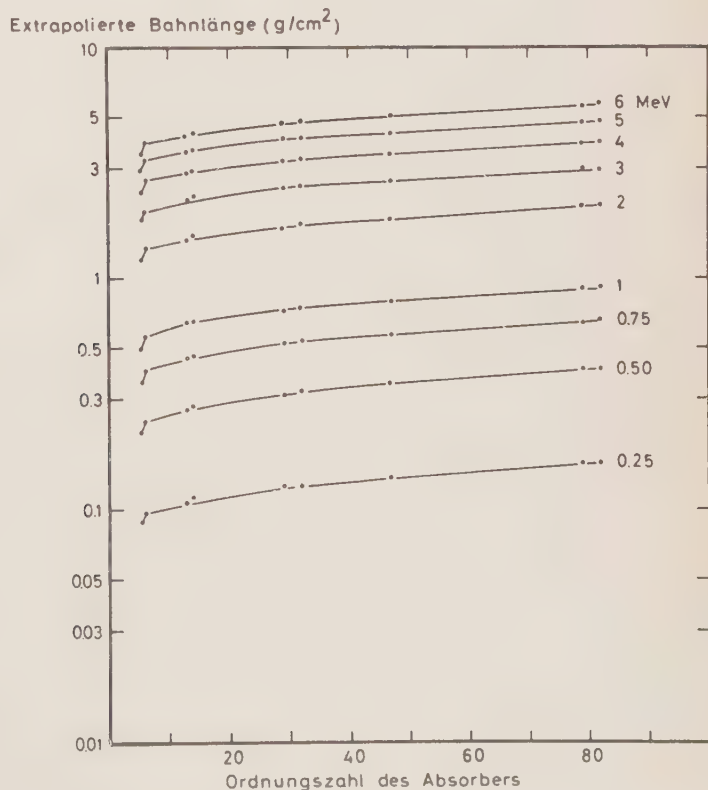


Abb. 4.23. Extrapolierte Bahnlänge monoenergetischer Elektronen als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers. Parameter ist die Anfangsenergie der Elektronen.

50%-Bahnlänge (unendlich ausgedehntes Medium)
g/cm²

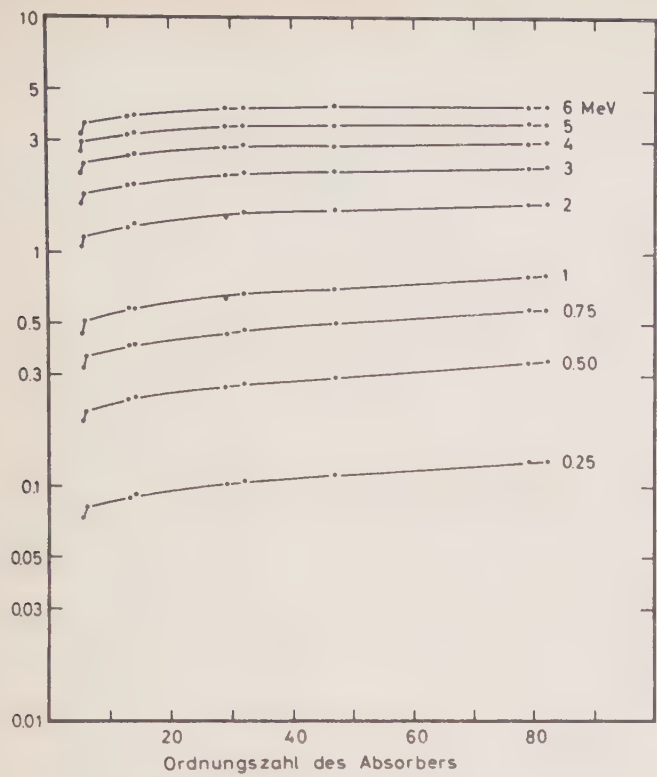


Abb. 4.24. 50%-Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium.

Mittlere Bahnlänge (unendlich ausgedehntes Medium)
g/cm²

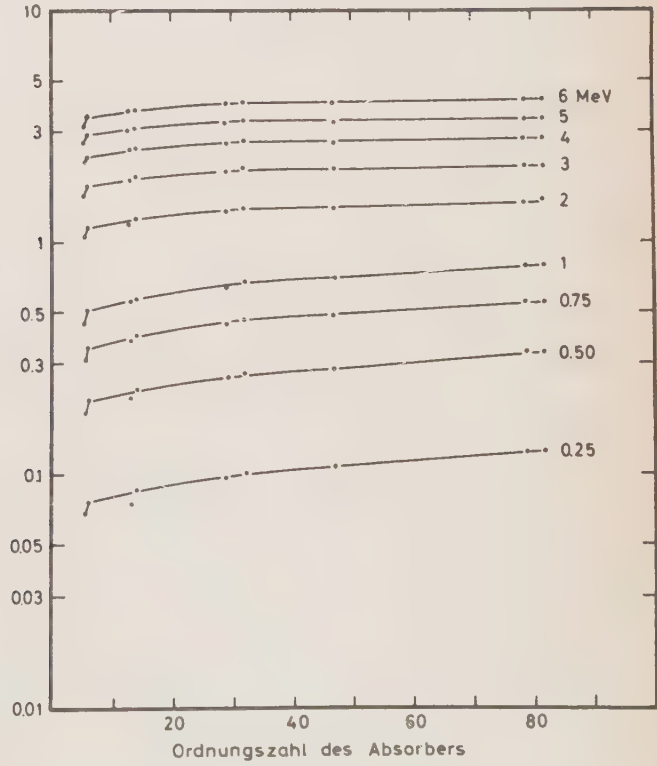


Abb. 4.25. Mittlere Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium.

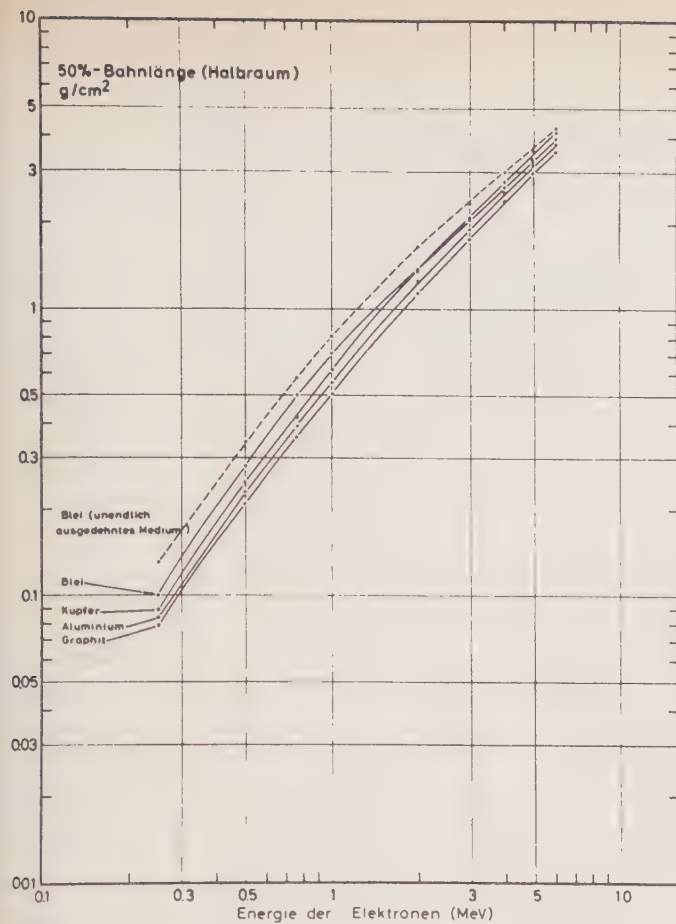


Abb. 4.26. 50%-Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum in einigen der mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE untersuchten Absorber. Zum Vergleich sind Werte für Blei (unendlich ausgedehntes Medium) angegeben.

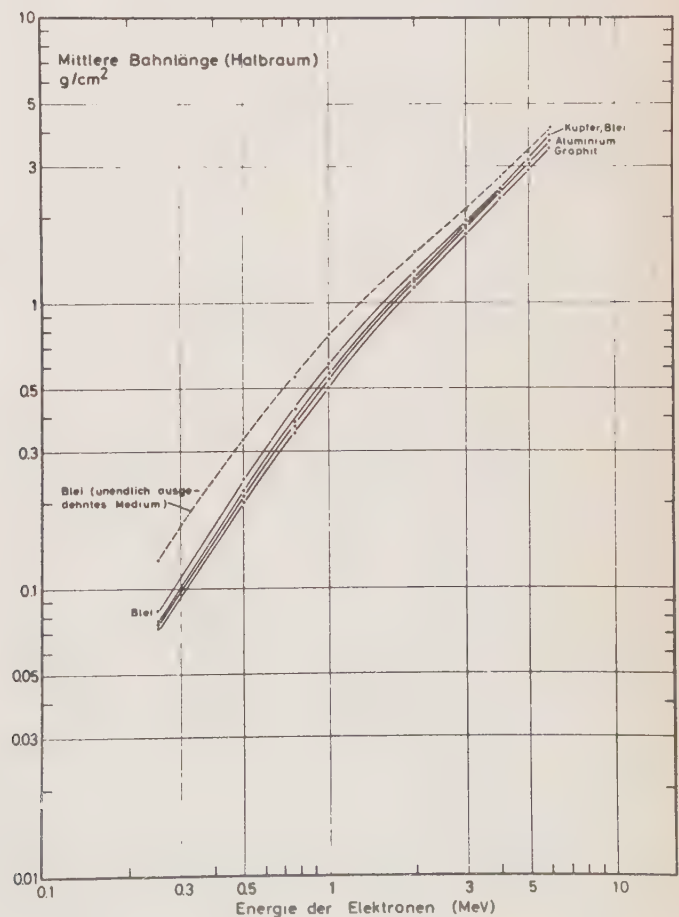


Abb. 4.27. Mittlere Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum.

50%-Bahnlänge (Halbraum)

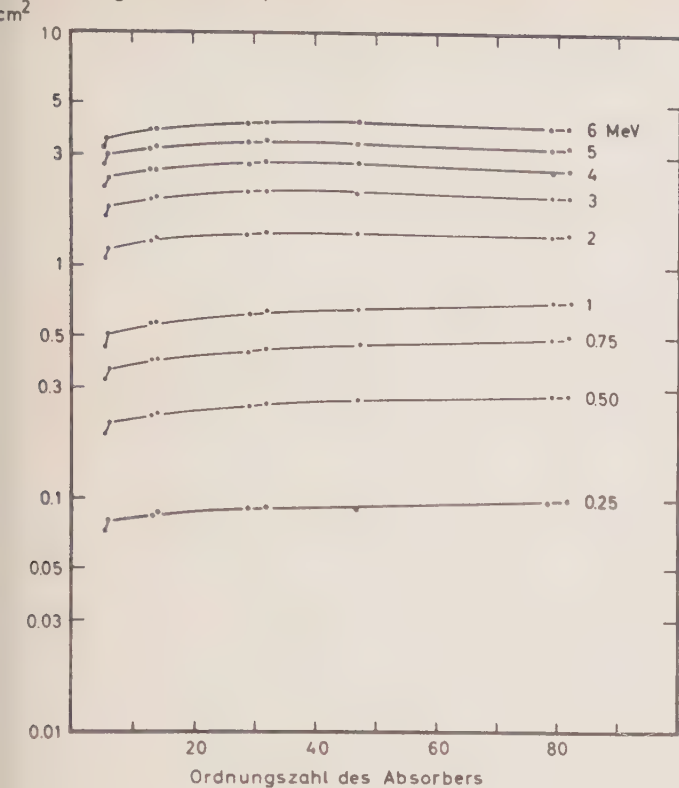


Abb. 4.28. 50%-Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum als Funktion der Ordnungszahl des Absorbers. Parameter ist die Anfangsenergie der Elektronen.

Mittlere Bahnlänge (Halbraum)

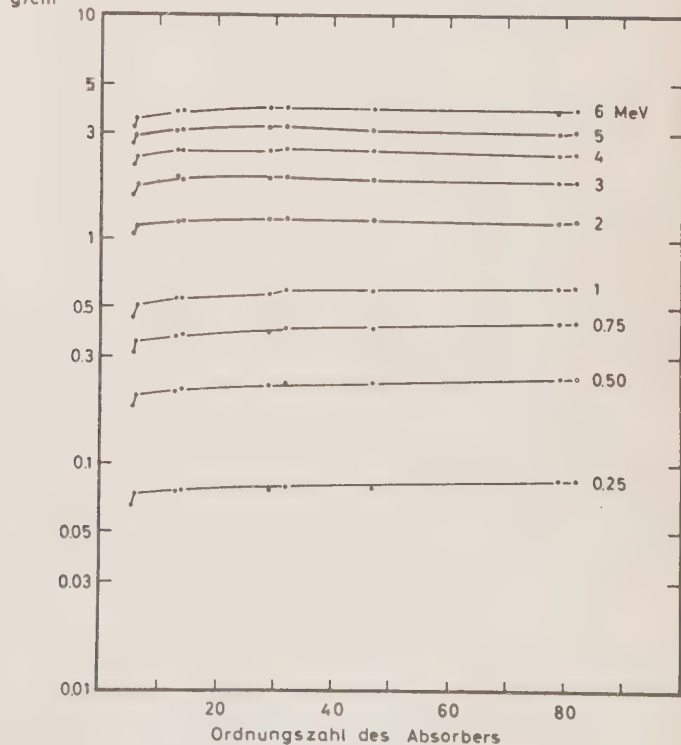


Abb. 4.29. Mittlere Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum.

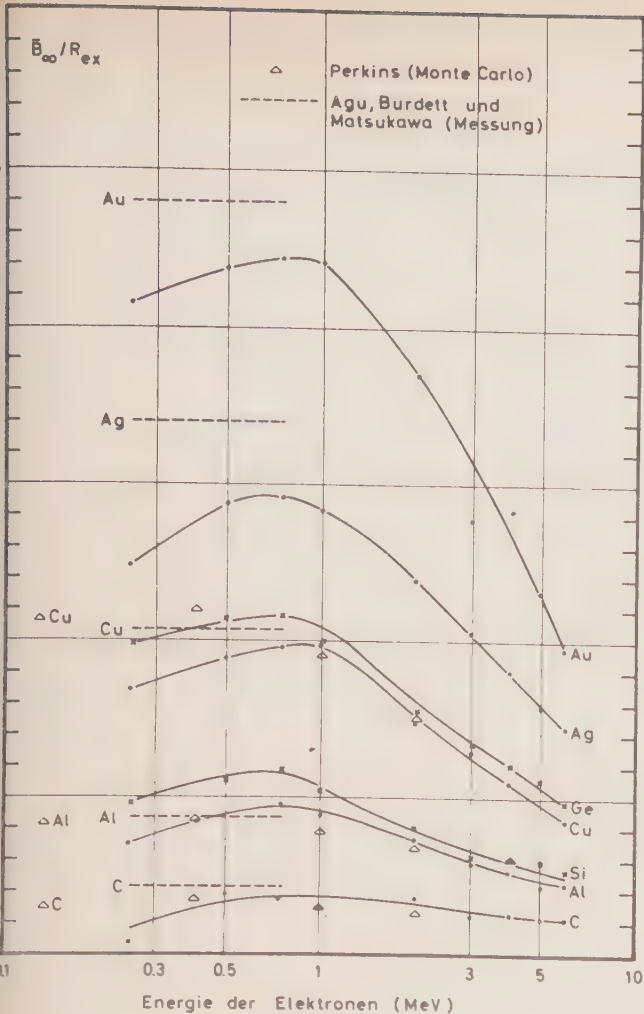


Abb. 4.30. Verhältnis der mittleren Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Medium zur extrapolierten Reichweite als Funktion der Elektronenenergie.

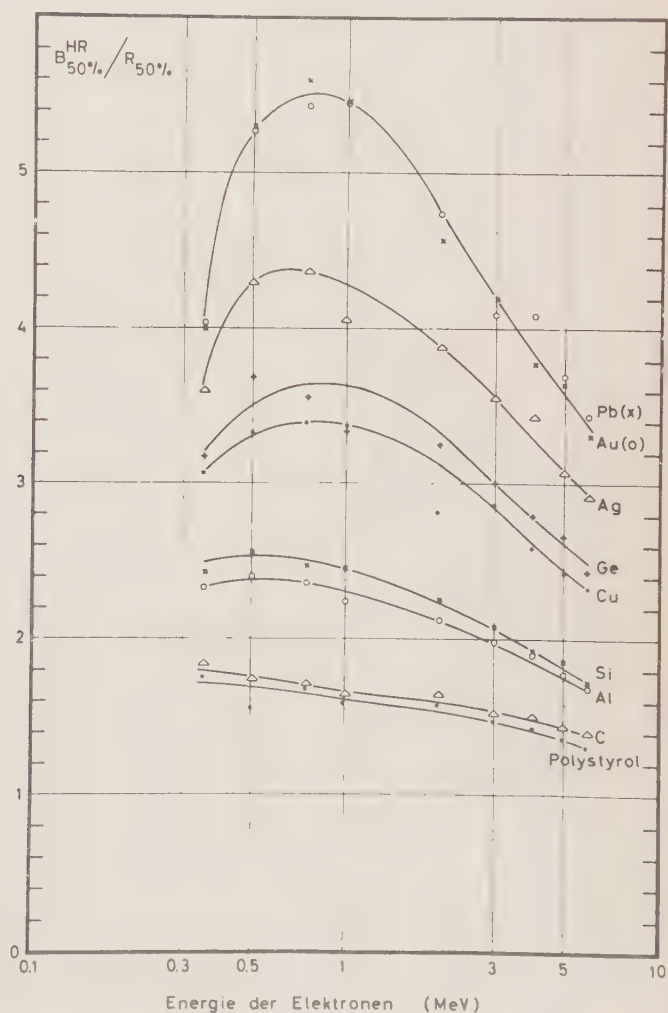


Abb. 4.31. Verhältnis der 50%-Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum zur 50%-Reichweite.

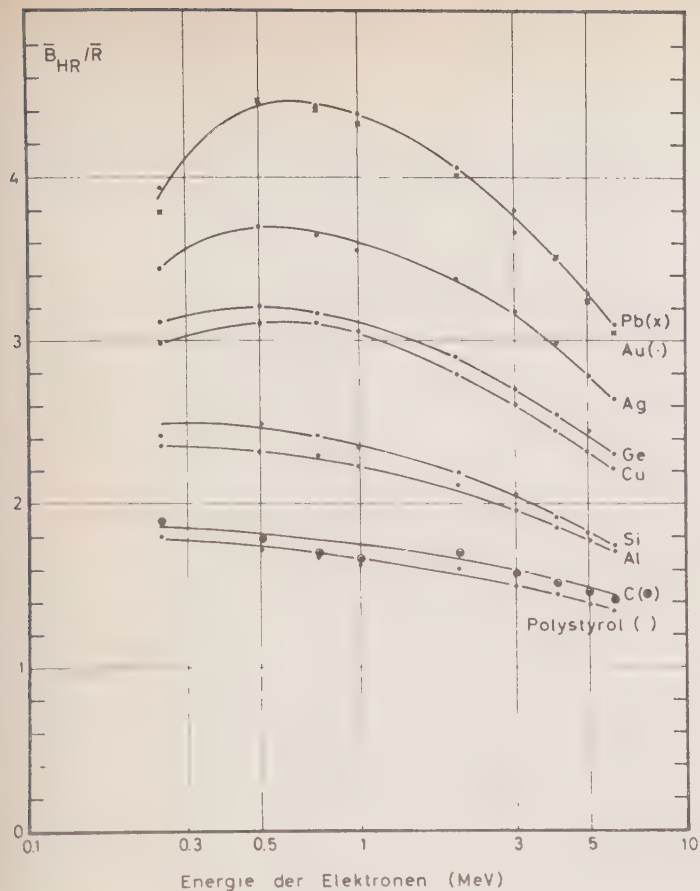


Abb. 4.32. Verhältnis der mittleren Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im unendlich ausgedehnten Halbraum zur mittleren Reichweite.

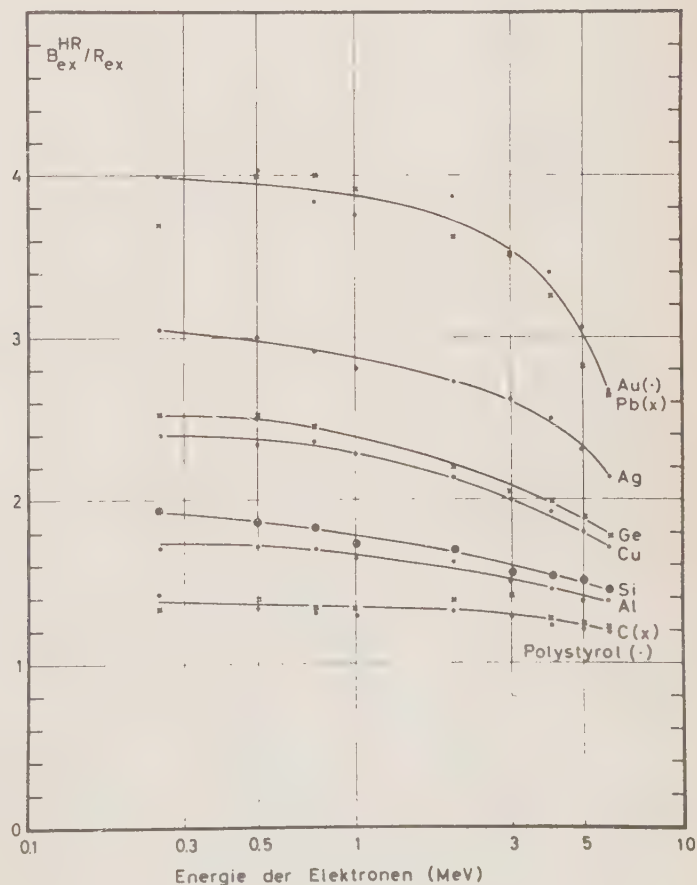


Abb. 4.33. Verhältnis der extrapolierten Bahnlänge monoenergetischer Elektronen im Halbraum zur extrapolierten Reichweite.

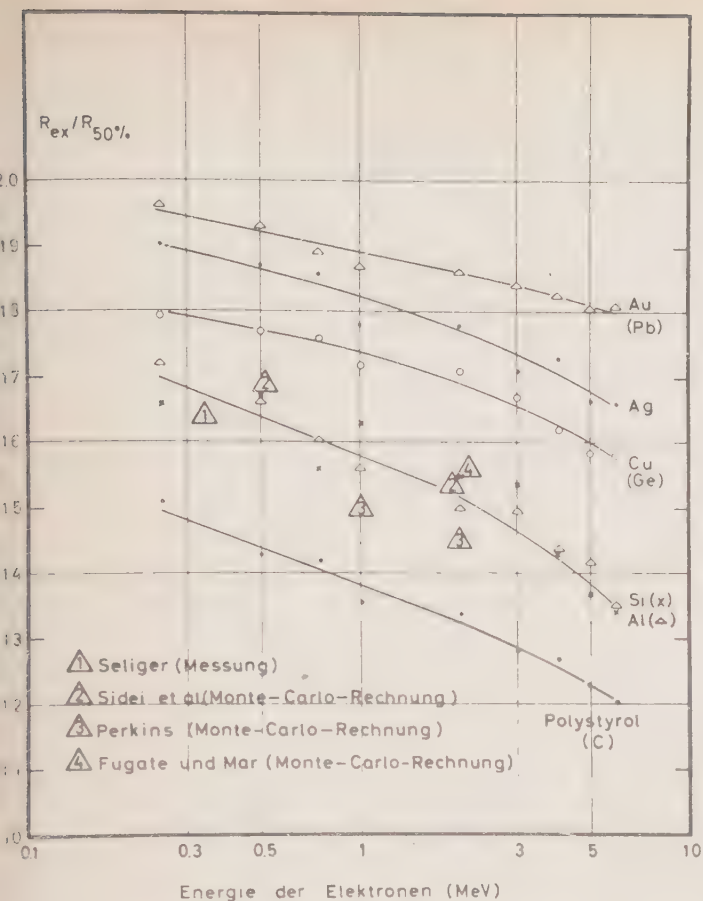
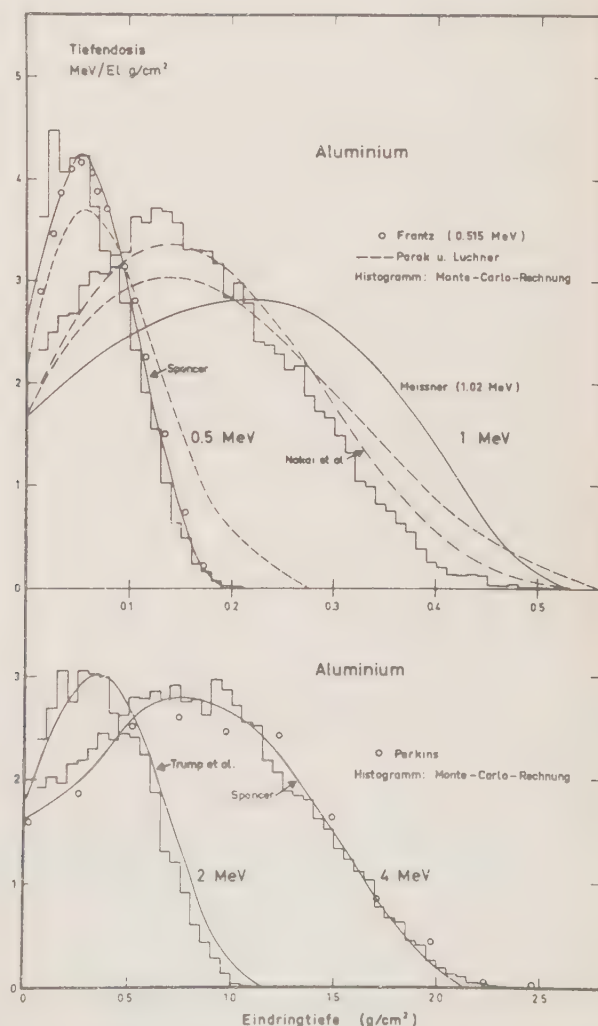


Abb. 4.34. Verhältnis der extrapolierten Reichweite monoenergetischer Elektronen zur 50%-Reichweite. Für Aluminium liegen Ergebnisse anderer Autoren vor.

Abb. 4.35. Tiefendosisverteilungen monoenergetischer Elektronen in Aluminium. Vergleich mit Resultaten anderer Autoren.



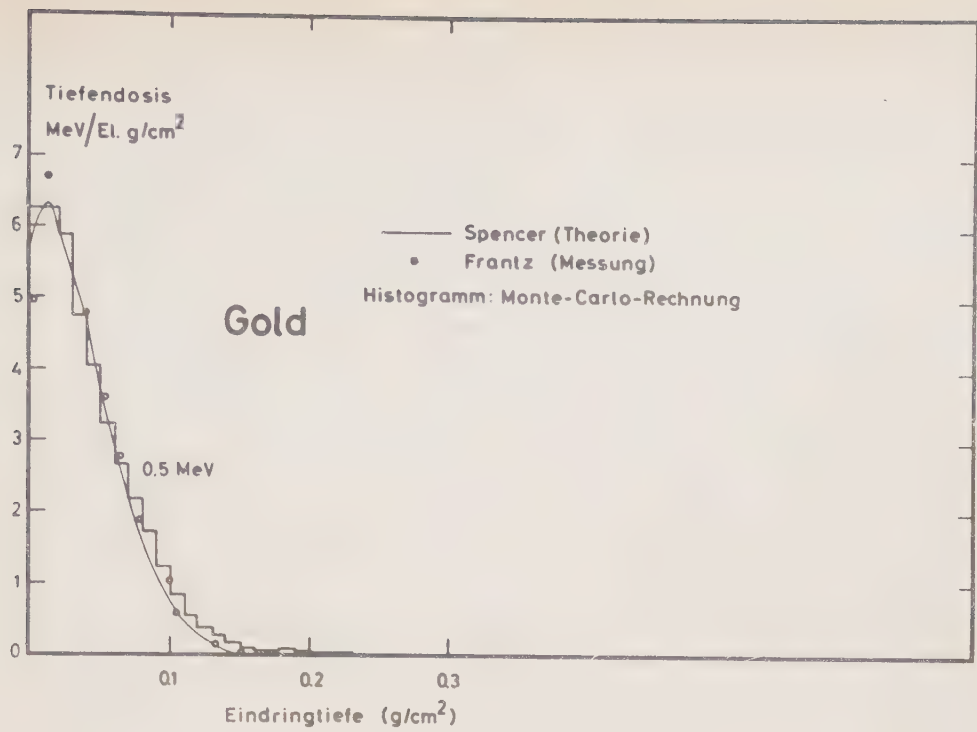


Abb. 4.36. Tiefendosisverteilung monoenergetischer Elektronen in Gold. Vergleich mit Resultaten anderer Autoren.

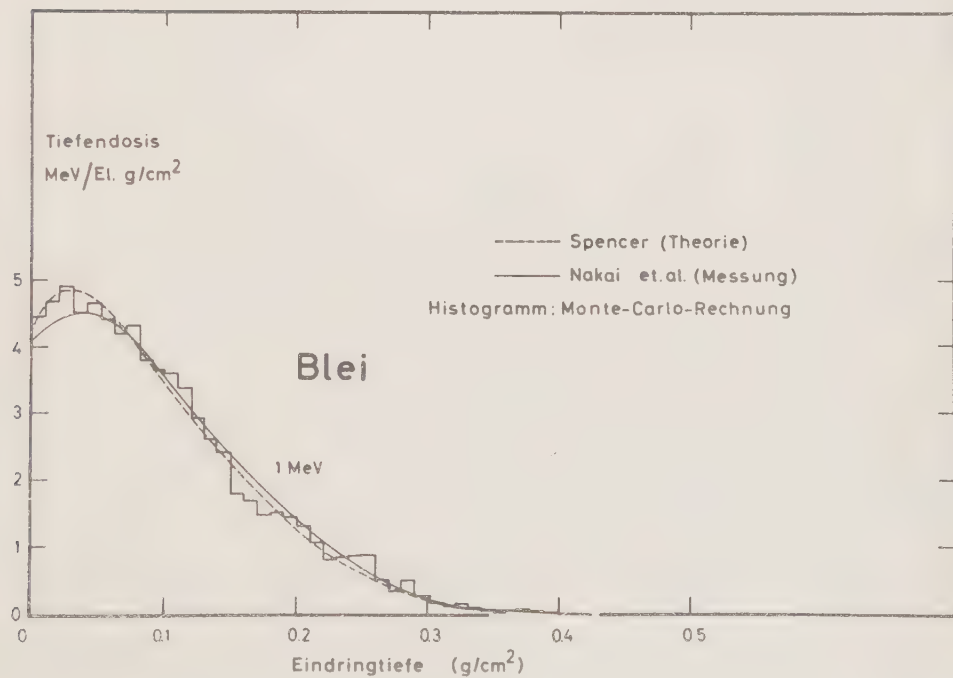


Abb. 4.37. Tiefendosisverteilung monoenergetischer Elektronen in Blei. Vergleich mit Resultaten anderer Autoren.

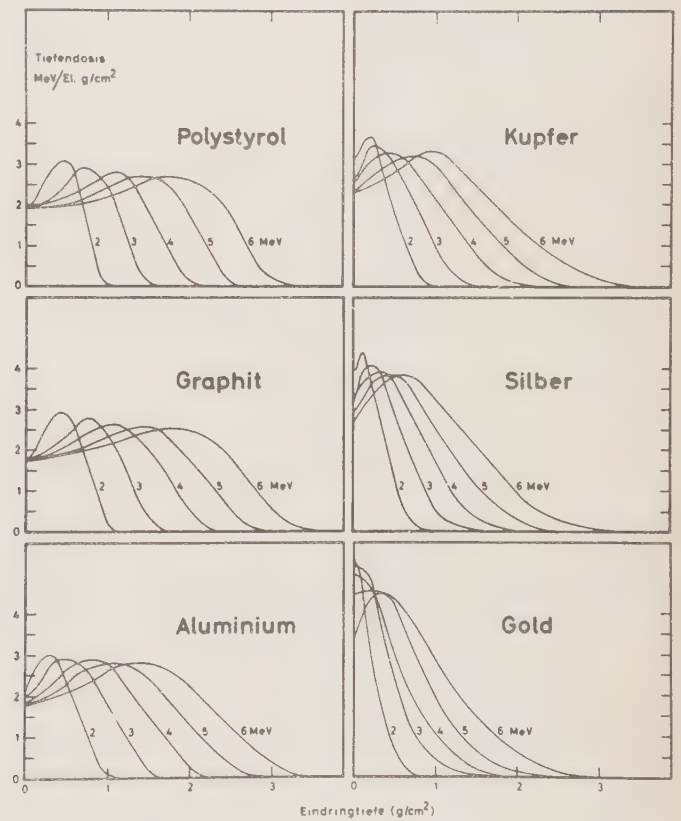
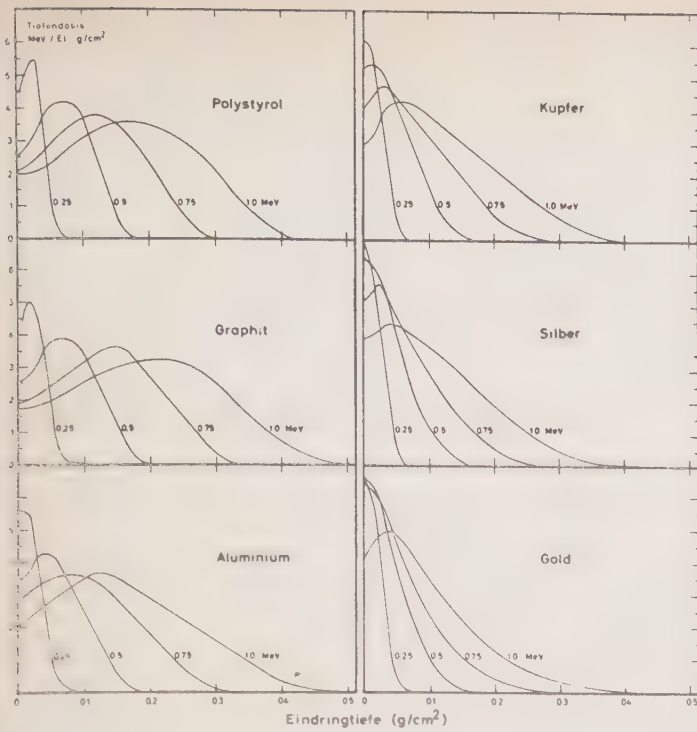


Abb. 4.38. und 4.39. Tiefendosisverteilungen monoenergetischer Elektronen für einige der mit dem Monte-Carlo-Programm MCELHE behandelten Absorber.

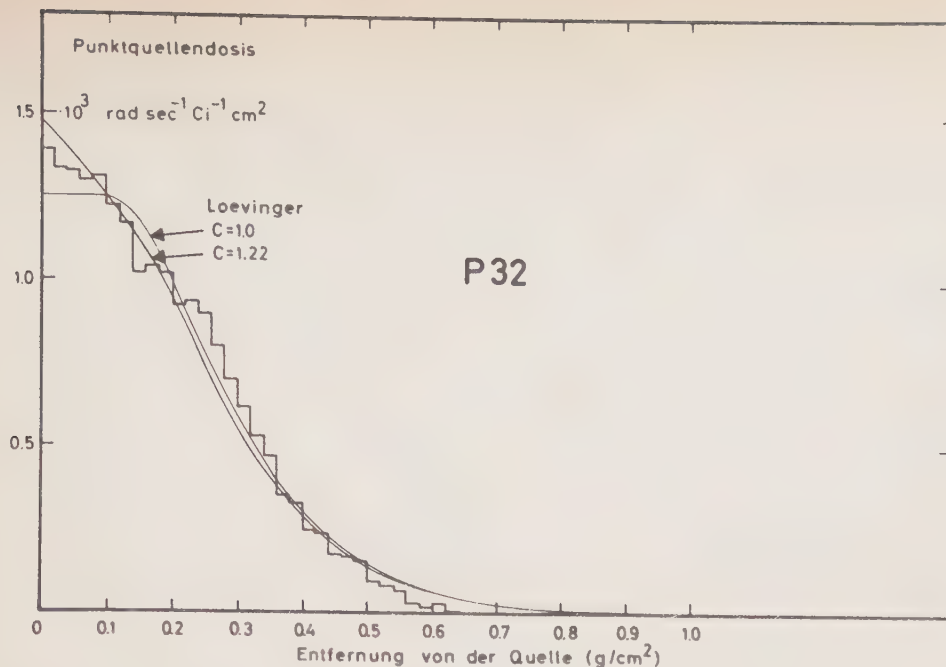


Abb. 4.40. Absorbierte Energie in konzentrischen Kugelschalen um eine isotrope Punktquelle von Phosphor 32 in weichem Gewebe. Das Histogramm stellt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung dar, die ausgezogenen Linien geben die Theorie von Loevinger (49) wieder.

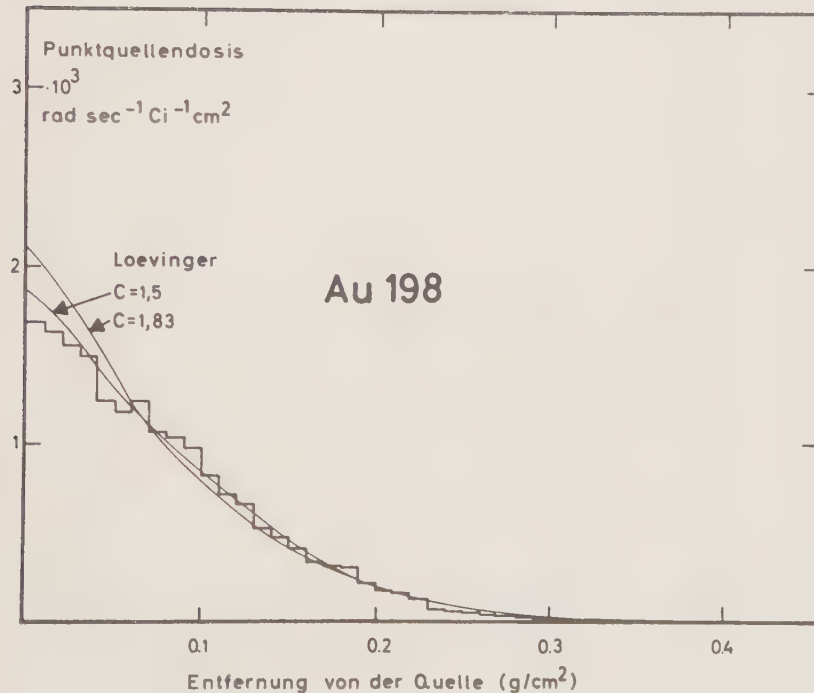


Abb. 4.41. Absorbierte Energie in konzentrischen Kugelschalen um eine isotrope Punktquelle von Gold 198 in weichem Gewebe. Das Histogramm stellt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung dar, die ausgezogenen Linien geben die Theorie von Loevinger (49) wieder.

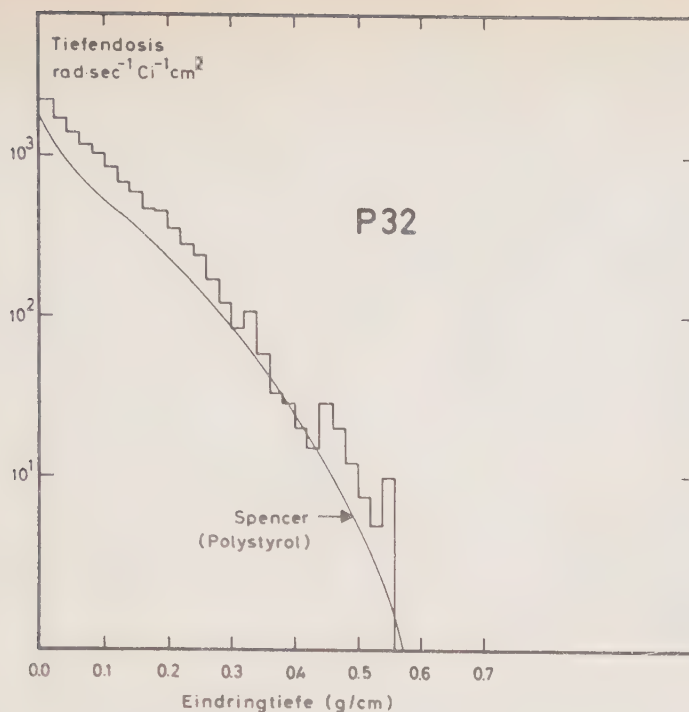


Abb. 4.42. Absorbierte Energie in ebenen Schichten nahe einer isotropen Punktquelle von Phosphor 32. Das Histogramm stellt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung dar, die ausgezogene Linie gibt die Theorie von Spencer (44) für Polystyrol wieder.

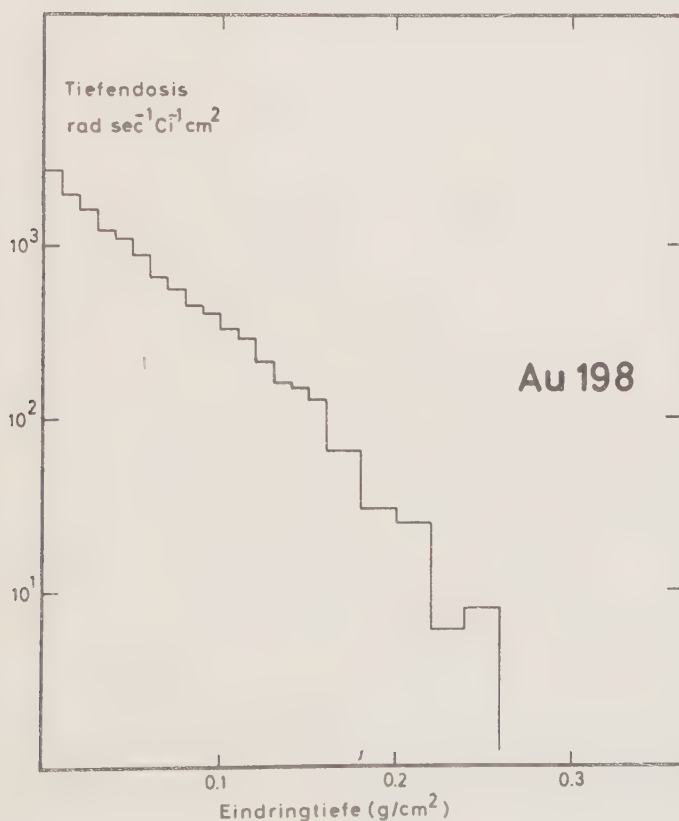


Abb. 4.43. Absorbierte Energie in ebenen Schichten nahe einer isotropen Punktquelle von Gold 198.

Rückstreukoeffizient
(senkrecht einfallende Elektronen)

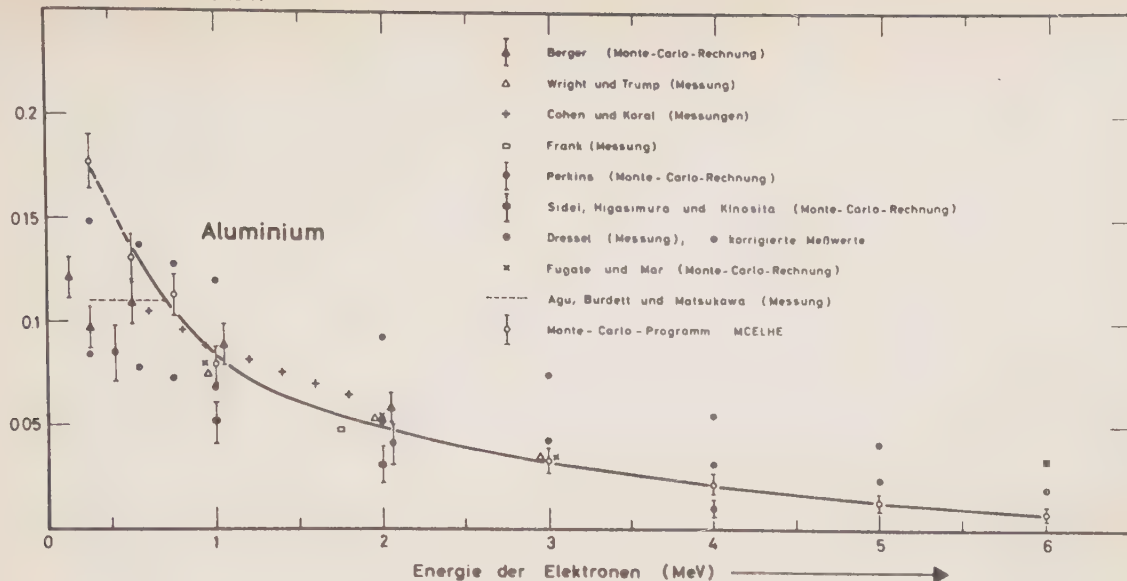


Abb. 4.44. Vergleich berechneter Rückstreukoeffizienten für Aluminium (senkrecht einfallende Elektronen) mit den Resultaten anderer Autoren.

Rückstreukoeffizient
(senkrecht einfallende Elektronen)

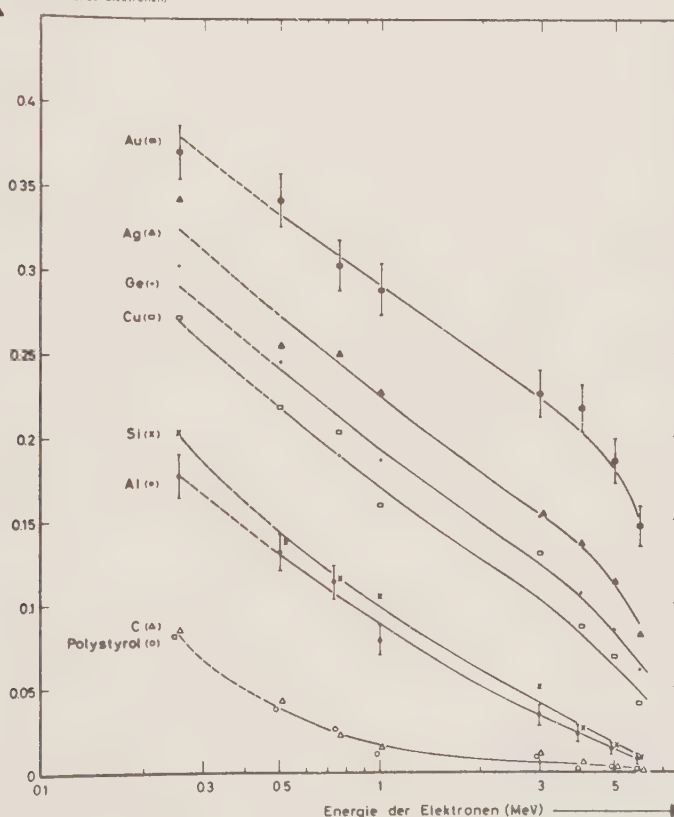


Abb. 4.45. Rückstreukoeffizienten für monoenergetische Elektronen bei senkrechtem Einfall. Für die Absorber Gold und Aluminium sind die statistischen Fehler angegeben.

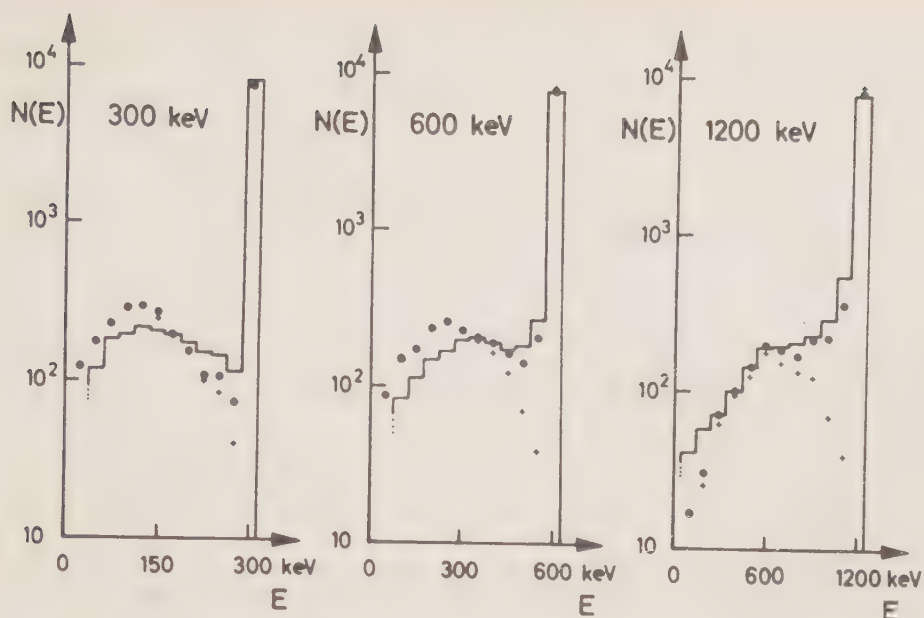


Abb. 4.46. Linienformen eines Silizium-Detektors für senkrechten Elektronen-Einfall. +: Monte-Carlo-Rechnung (nur Rückstreuung), $\bullet$: Monte-Carlo-Rechnung (Rückstreuung und Bremsstrahlung). Histogramm: Messungen (64).

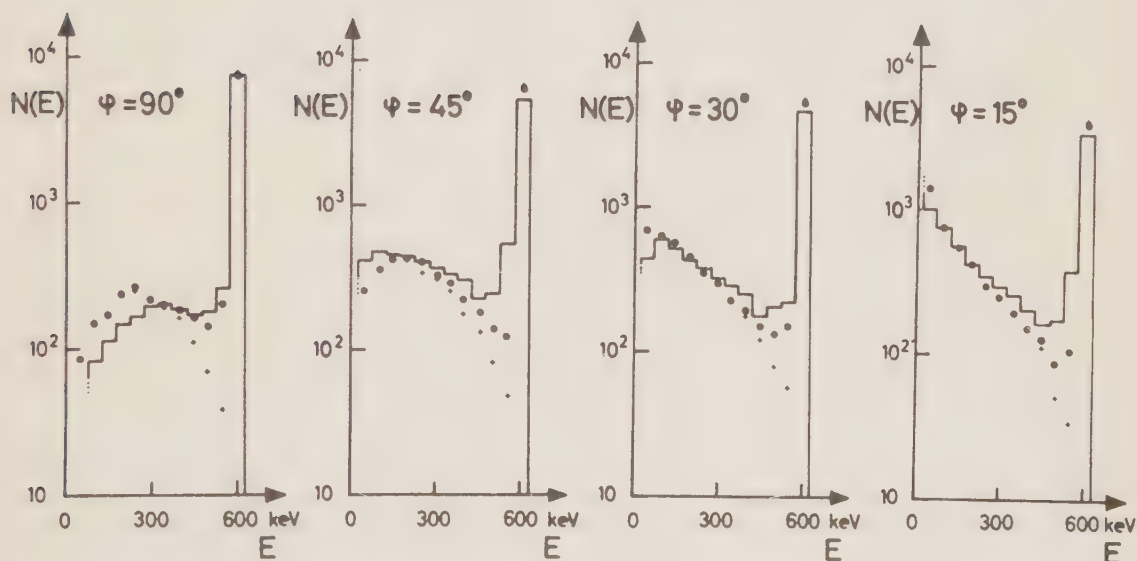


Abb. 4.47. Linienformen eines Silizium-Detektors für 600-keV-Elektronen. +: Monte-Carlo-Rechnung (nur Rückstreuung), $\bullet$: Monte-Carlo-Rechnung (Rückstreuung und Bremsstrahlung). Histogramm: Messungen.

Lebenslauf

Am 22.7.1939 wurde ich, Siegmар Wittig, als Sohn und zweites von vier Kindern des Vermessungsamtmanneѕ Oswald Wittig und seiner Ehefrau Irene, geb. Kretschmann, in Groß-Strehlitz, Oberschlesien, geboren. 1943 siedelten meine Eltern von Groß-Strehlitz nach Oppeln/OS über, wo wir bis zur Ausweisung im Januar 1945 lebten. Im Herbst 1945 wurde ich in Baiersdorf bei Erlangen in die Grundschule aufgenommen. Nach viereinhalb Jahren Grundschule wurde ich in die Sexta des damaligen Realgymnasiums am Zietenring in Wiesbaden, der heutigen Leibnizschule, aufgenommen. Hier bestand ich 1959 die Reifeprüfung. Im Sommersemester 1959 begann ich an der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität in Frankfurt am Main das Studium der Physik. Von März 1963 bis April 1965 war ich am Institut für Kernphysik der Universität Frankfurt (Direktor: Professor Dr. E. Schopper) als Diplomand tätig. Das Thema der Diplomarbeit lautete: 'Untersuchung zur Absorption monoenergetischer Elektronen mit einer Monte-Carlo-Methode'. Im Mai 1965 bestand ich die Diplom-Hauptprüfung für Studierende der Physik. Seit Mai 1965 bin ich am gleichen Institut als Doktorand tätig.

Meine akademischen Lehrer waren:

M. Czerny, R. Baer, F. Beck, H. Dänzer, N. Fiebiger,
W. Franz, R. Moufang, P. Royen, E. Schopper, H. Steinwedel,
G. Süßmann.

